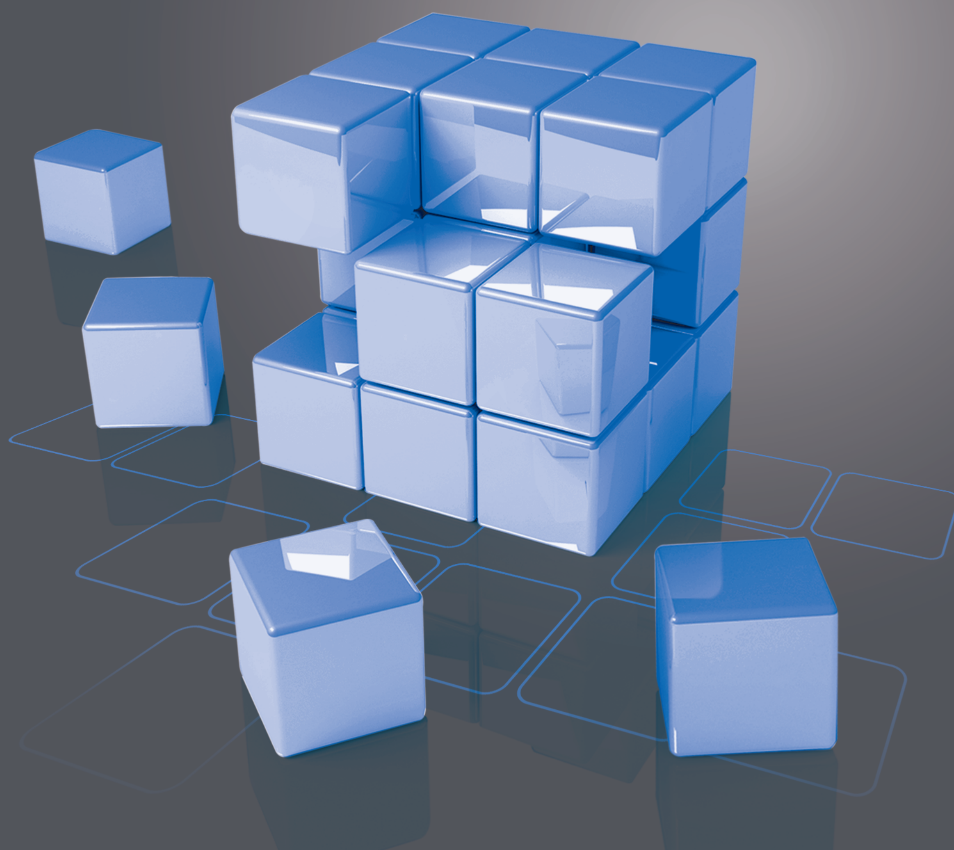
Álgebra

Actividades

Quinto grado
de Secundaria



Intelectum
EVOLUCIÓN

Editorial San Marcos



Álgebra
Libro de actividades
Quinto grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Carol Clapés Hurtado / Roger Urbano Lima
Miguel Lancho Santiago

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-12011
ISBN: 978-612-313-082-4
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300694

Impreso en Perú / Printed in Peru

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.

La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.

El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.

Contenido

Unidad 1

RECUERDA

Cálculo diferencial

El cálculo diferencial conservó una estrecha relación con el cálculo en diferencias finitas, originado en los trabajos de Fermat, Barrow, Wallis y Newton entre otros. Así en 1711 Newton introdujo la fórmula de interpolación en diferencias finitas de una función f(x); fórmula extendida por Taylor al caso de infinitos términos bajo ciertas restricciones, utilizando de forma paralela el cálculo diferencial y el cálculo en diferencias finitas.

El elemento fundamental del cálculo diferencial era el desarrollo de funciones en series de potencias, especialmente a partir del teorema de Taylor, desarrollándose casi todas las funciones conocidas por los matemáticos de la época. Pero pronto surgió el problema de la convergencia de las series, que se resolvió en parte con la introducción de términos residuales, así como con la transformación de series en otras que fuesen convergentes.

Junto a las series de potencias se incluyeron nuevos tipos de desarrollos de funciones, como son los desarrollos en series asintóticas introducidos por Stirling y Euler.

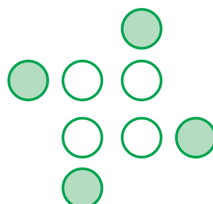
La acumulación de resultados del cálculo diferencial transcurrió rápidamente, acumulando casi todos los resultados que caracterizan su estructura actual. Por ejemplo, Euler demostró que en $df(x; y) = Pdx + Qdy$ las derivadas parciales deben satisfacer la condición.

Reflexiona

- *Si tiene propensión a perder la paciencia, por ejemplo, busque un sustituto para la cólera. Neutralícela con una expresión o afirmación positiva tal como: nadie puede hacerme enfadar si yo no lo permito. No dejaré que nadie más que yo controle mis emociones.*
- *La forma más segura de controlar los defectos es atajarlos tan pronto como aparecen.*
- *Las buenas decisiones son el resultado de la experiencia y la experiencia es el resultado de las pobres decisiones. Todo esto es parte del proceso. Ahora ya sabes el secreto, la clave del éxito es no darte por vencido.*

¡Razona...!

Distribuye los números 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9 en las casillas de la figura sin repetir, de manera que la suma de los números ubicados en cada 3 círculos colineales sea 16. Da como respuesta la suma de los números que se ubican en las casillas sombreadas.



A) 16 B) 19 C) 20 D) 24 E) 30



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: TEORÍA DE EXPONENTES

1 Efectúa:

$$M = \left[\frac{1}{25} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

A) 2 B) 3 C) 6
D) 10 E) 5

2 Efectúa:

$$R = \left[2 - \left(\frac{3}{5}\right)^{-6^0}\right]^{-1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 0

3 Halla el resultado final:

$(a^3b^2c^2)(a^4b^3c^2)(a^{-6}b^{-4}c^{-4})$

A) a/b B) ab C) 3ab
D) a^2b^2 E) abc

4 Simplifica:

$$\underbrace{\sqrt{5\sqrt{5\ldots\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}}}}}}_{10\ \text{radicales}}$$

A) 10 B) 5 C) 3
D) 1 E) 25

5 Efectúa:

$$P = \sqrt[3]{\frac{64^3 + 16^3}{32^3 + 8^3}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

6 Simplifica:

$$P = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{11}\right)^{-1}\right]^{0,5}$$

A) 2 B) 5 C) 4
D) 3 E) 6

7 Calcula:

$$R = \left[\frac{7}{16} + \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{2010}$$

A) 2010 B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{9}{16}$ E) 1

8 Calcula:

$$P = x^1 x^2 x^3 x^4 \ldots x^{15}$$

A) x^{60} B) x^{90} C) x^{120}
D) 120x E) 60x

9 Si: $m = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \ldots}}}$

$n = \sqrt{m\sqrt{m\sqrt{m\ldots}}}$

$p = \sqrt{1 + \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}}$,

calcula: $m + n - 2p$

A) 0 B) 1 C) 3
D) 5 E) 6

10 Calcula el valor aproximado de:

$$A = \sqrt[3]{\frac{7^4}{\sqrt[3]{\frac{7^4}{\sqrt[3]{\frac{7^4}{\vdots}}}}}}$$

A) 2 B) 5 C) 6
D) 7 E) 9

11 Efectúa:

$$M = \frac{24\sqrt{8^{-2} + 6^{-2}}}{5}$$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 6

12 Simplifica:

$$3^{10} . 3^9 . 3^8 \ldots 3^{-7} . 3^{-8} . 3^{-9} . 3^{-10}$$

A) 3 B) 2 C) 0
D) 4 E) 1

13 Calcula:

$$E = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} . 25^{-2^{-1}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} . 36^{-2^{-1}} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} . 49^{-2^{-1}}}$$

A) 1 B) 2 C)3
D) $\sqrt{\frac{110}{3}}$ E) 6

14 Simplifica:

$$\frac{2^{3n} - 32^{\frac{3n}{5}} + 16}{2^{4-n}};\ n \in \mathbb{Z}^+$$

A) 0 B) 1 C) n
D) 2 E) 2^n



Claves

1. A	3. B	5. B	7. E	9. E	11. B	13. A
2. C	4. B	6. E	8. C	10. D	12. E	14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

Identifica la alternativa incorrecta:

1. $\left(x^{-1}\right)^{3^{2}} . \left(\left(x^{-1}\right)^{3}\right)^{2} . x^{15} = 1$

2. $\sqrt{2^{\sqrt{2}^{\sqrt{4}}}} . \sqrt[3]{3^{\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{27}}}} . \sqrt[4]{4^{\sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{256}}}} = 24$

3. $\dfrac{x^{-1}\left(x^{-2}\left(x^{-3}\right)^{-1}\right)^{-2}}{x^{-2}x^{-3}} = x^{3}$

Razonamiento y demostración

4. Efectúa:

$$S = \sqrt{\frac{4^5 + 4^4}{5 . 4^3}}$$

A) 3 B) 6 C) 5
D) 8 E) 2

5. Calcula:

$$C = \sqrt[3]{\frac{7^{n+3} - 7^{n+1}}{7\left(7^{n-1}\right)}}^{\,3}$$

A) 136 B) 236 C) 336
D) 436 E) 536

6. Calcula:

$$E = 64^{9^{-2^{-1}}}$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

7. Si: $a^a = 3$, calcula:

$$A = \frac{\left(a^3\right)^a + a^{a^{a+1}} - a^{2a}}{\left(a^2\right)^a + \dfrac{2}{3} + a^{-a}}$$

A) 1/3 B) 2/3 C) 9/2
D) 4 E) 3/2

8. Efectúa:

$$P = \frac{\overbrace{x^3.x^3...x^3.x^3}^{10\text{ veces}}.x^{a-1}}{\underbrace{x.x...x.x}_{(30+a)\text{ veces}}}$$

A) x^4 B) x^3 C) x^2
D) x^{-1} E) x^0

9. Reduce:

$$B = \frac{x\left(x^2\left(x^3\right)^{-1}\right)^{-2}}{x^{-2}x^{-3}}$$

A) x^6 B) x^7 C) x^8
D) x^9 E) x^{10}

Resolución de problemas

10. Una compañía gana (GA) por la venta de cierto artículo, luego de "x" años de ser lanzado al mercado:

$$GA = 100\,000 - 272\,000\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Determina los años que el producto lleva en el mercado, si reporta una ganancia de S/.91 500.

A) 1 año
B) 2 años
C) 3 años
D) 4 años
E) 5 años

11. La población de cierta ciudad es:

$P = Po^{kt}$

Si la población hace 13 años era de 1500 habitantes y ahora es de 4500. Calcula cuánto será la población en 13 años más.

A) 13 500 habitantes
B) 13 600 habitantes
C) 13 700 habitantes
D) 13 400 habitantes
E) 13 300 habitantes

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Si: $x = (-2)^{-2} + (-1)^{-1}$; $y = \sqrt{4\sqrt{16}}$
es cierto que:

A) $xy = -3$
B) $x + y = 1$
C) $x > y$
D) $x^2 + y = 0$
E) $4xy = -3$

13. Ordena en forma decreciente:

$$P = \left((5^3)^2\right)^{\sqrt{2}},\ Q = (5^3)^{\sqrt{2}^2}, R = 5^{\sqrt{2}^{2^3}}$$

A) RPQ B) RQP C) PRQ
D) PQR E) QRP

Razonamiento y demostración

14. Reduce:

$$\left[\frac{2^{a+3}+2^a}{3^{a+2}}\right]^{\frac{1}{a}};\ (a \neq 0)$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{2}$ E) 1

15. Simplifica:

$$\left(\frac{2^{x+1}.5^{2x+1} - 2^x.5^{2x}}{2^3.5^x + 5^x}\right)^{\frac{1}{x}};\quad x \neq 0$$

A) 5^x B) 5 C) 10
D) 10^x E) 2

16. Calcula:

$$A=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}}$$

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

17. Calcula el valor de:

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{x - x^{-1}},\ \text{para } x = 2.$$

A) 4 B) 3,95 C) 5,25
D) 3,80 E) 3,375

18. Reduce:

$$\frac{\left[\left((x^2)^3\right)^4\right]^5.x^{6^3}}{x^{11^2}.(x^{21})^{10}}$$

A) x B) x^2 C) x^3
D) x^4 E) x^5

19. Reduce:

$$S = \frac{2^n.4^{n+1}.8^{n+2}}{2^{6n+1}}$$

A) 81 B) 3 C) 9
D) 27 E) 128

20. Si se cumple:

$$x^y = \frac{1}{2} \ \wedge \ y^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

Determina el valor de $x^{y^{1+x}}$

A) 1/2 B) 8 C) 4
D) 1/4 E) 9/2

21. Reduce:

$$A = (x^{-2})^{-2^2}.(x^2)^{2^{-2}}.x^{2^{-1}}$$

A) x^5 B) x^7 C) x^9
D) x^{11} E) x^{13}

Resolución de problemas

22. La masa de la vitamina C de un cuarto de jugo de limón, luego de su razón de oxidación, está dada por el modelo:

$$m_{vc} = m_{\frac{1}{4}}\left(1 - \frac{RO}{m_{\frac{1}{4}}}\right)^t$$

Donde:
t: tiempo (en minutos)
$m_{\frac{1}{4}}$: masa de un cuarto de jugo de limón
$\left(m_{\frac{1}{4}} = 50mg\right)$
RO: Razón de oxidación por minuto(mg)
Si la razón de oxidación de un cuarto de jugo de limón es 9,5 mg; calcula los minutos transcurridos desde su preparación, si se consumió 32,81 mg.

A) 1 min B) 2 min C) 3 min
D) 4 min E) 5 min

23. En cierta ciudad de 70 000 habitantes se esparce una epidemia de modo que cada hora se triplica la cantidad de personas infectadas. Determina el número de personas infectadas al cabo de 10 horas.

A) 59 049 personas B) 60 049 personas
C) 58 049 personas D) 57 049 personas
E) 30 049 personas

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Señala verdadero (V) o falso (F):

I. $3^{x-2}.3^{3-x} = 3$ ( )
II. $\left(\sqrt{2}^3\right)^2.2^2 = 32$ ( )
III. $(3+3)^{24} = 3^{24} + 3^{24}$ ( )
IV. $(3.2)^{12} = 3^{12}.2^{12}$ ( )

¿Cuántas son verdaderas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

25. Que expresión corresponde a la posible respuesta.

Expresión	Respuesta
$\sqrt[2x]{\dfrac{2^x+4^x+8^x}{2^{-x}+4^{-x}+8^{-x}}}$	x^n
$0,008^{-243^{-625^{-\frac{1}{4}}}}$	5,7
$\dfrac{x^2.x^4.x^6...x^{2n}}{x\,.\,x^3\,.\,x^5...x^{2n-1}}$	4,1
	5
	4

Razonamiento y demostración

26. Simplifica:

$$M = \sqrt[a]{\frac{20^{a+1}}{4^{a+2}+2^{2a+2}}}$$

A) 1 B) 5 C) $\frac{1}{5}$ D) 25 E) 125

27. Simplifica:

$$\left[(-3)^{16^{\frac{1}{2}}}-(-7)^{8^{\frac{1}{3}}}\right]^{\frac{1}{5}}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28. Efectúa:

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}+\left(\frac{16}{121}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{2^{-1}}$$

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

29. Para: $xy \neq 0$

Reduce:

$$\frac{x^y.y^x}{x^x.y^y}\left(\frac{y}{x}\right)^{y-x}.\frac{x(x^y)^x(y^x)^y y}{\underbrace{x.x...xx}_{xy\text{ veces}}\ \underbrace{y.y...y.y}_{xy\text{ veces}}}$$

A) 1 B) x^2 C) xy D) y E) x^2y

30. Si $x^{a+b} = ax^{-a}$,

calcula: $x^b\left(x^{x^{2a}}\right)^{2x^b}$

A) 0 B) 1 C) a D) a^2 E) –a

31. Halla ab, si se cumple:

$$a^{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{b}\sqrt{\frac{1}{4\sqrt{b}}}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) 2 E) 4

32. Si: $25^x + 9^x = 2(15^x)$

Determina el valor de:

$$E = \frac{5^{-7x+1}+3^{-7x+2}}{7\left(5^{-7x-1}\right)}$$

A) 10 B) $\frac{2}{5}$ C) 5 D) 8 E) 15

Resolución de problemas

33. Actualmente ya se puede determinar la concentración de alcohol en la sangre de aquellas personas consumidoras.

De estudios realizados se proporciona que el riesgo R (expresado como porcentaje) de tener un accidente automovilístico puede ser expresado según la ecuación exponencial:

$$R = 3\,.\,(7)^{kx}$$

Siendo:
x: la concentración de alcohol en la sangre.
k: constante
Se determina que una concentración de 0,0286 de alcohol en la sangre produce un riesgo de sufrir un accidente del 21% . Calcula el valor de "k" del modelamiento proporcionado.

A) 38,15 B) 30,3 C) 20,05
D) 37,12 E) 34,97

34. El modelo matemático para calcular la masa que queda de un isótopo radiactivo ($m_{(t)}$) luego de "t" años es:

$$m(t) = m_o\,.\,e^{\psi t}$$

donde:

e: número neperiano

m_o: masa inicial

$m_{(t)}$: masa final o masa luego de un tiempo t (años).

m_o; m(t): g, kg, mg, lb, onz, etc.

La "vida media" del uranio ^{238}U emite partículas alfa (α) es de 4510 millones de años.
Determina el tiempo en que la masa restante será:

$$2^{-\frac{1}{112,75.10^6}}$$ de la masa inicial.

A) 10 años B) 20 años
C) 30 años D) 40 años
E) 50 años

Claves

NIVEL 1	**8.** D	**14.** C	**21.** C	**27.** C
1.	**9.** C	**15.** C	**22.** B	**28.** A
2.	**10.** E	**16.** B	**23.** A	**29.** C
3.	**11.** A	**17.** E	NIVEL 3	**30.** C
4. E	NIVEL 2	**18.** E	**24.** C	**31.** C
5. C	**12.** A	**19.** E	**25.**	**32.** A
6. B	**13.** A	**20.** D	**26.** B	**33.** E
7. C				**34.** D

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: POLINOMIOS

1 Del polinomio homogéneo, ordenado, completo y de (2t + 8r) términos respecto a "x":

$T(x, y) = x^{2t+7}y^{r} + x^{2t+6}y^{b} + ... + x^{2t-20}y^{a+b}$

Halla el valor de: $K = \sqrt[2^{r^{r}}]{t^{b^{r^{r^{r}}}}}$

A) 10　　B) 20　　C) 30
D) 40　　E) 50

2 Se establece: $Z(2x - 1, 2y - 1) = 6x + 4y + 4$

Teniendo en cuenta que:

$Z(A(x), B(x)) = 8x + 25$

$Z(A(x), -B(x)) = 4x + 17$

Calcula:

$Z\left(\frac{A(x)}{B(x)}; \frac{B(x)}{A(x)}\right)$

A) 16　　B) 1　　C) 0
D) –16　　E) 1/16

3 Dado:

$B(x) = m^{m}x^{m^{m}} - \sqrt[n^{n}]{m^{m^{m}}}$. Además: $B\left(\frac{\sqrt[n^{n}]{m}}{\sqrt[m^{m}]{n}}\right) = m^{m} - n$

Determina: $T = \left(m^{m^{m}} - n^{n^{n}} + 1\right)\left(\frac{m^{n}}{n^{m}}\right)\left(\frac{m^{n} + n^{m}}{m^{n} + 3n^{m}}\right)$

A) 1/2　　B)　　C) 0
D) 1　　E) 2

4 Si se cumple:

$(q - A)x^{2012} + (A - p)^{2012}y = (p - q)(x^{2012} + y^{2012})$,

evalúe:

$T = \left(\frac{p^{q}}{A^{A} + p^{p}}\right)\left(\frac{p^{A}}{p^{q} + 2q^{p}}\right)\left(\frac{3A^{A} + 2p^{p} + q^{q}}{A^{q}}\right)$

A) –2　　B) –1　　C) 0
D) 1　　E) 2

5 Sabiendo que: $q \neq 5$

$A(x) = \frac{\left(x^{q-2} + x^{q-3} + 7\right)^{2q}\left(x^{8} + x^{4} + x^{3} + 1\right)^{2}}{\left(x^{q+8} + x^{q+7} + 1\right)^{q-8}\left(x^{q} + x^{q-1} + x^{q-2} + 100\right)^{7}}$,

determina el valor de "q" para que A(x) sea de grado 50.

A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 4　　E) 6

6 Determina "q" del polinomio:

$C(x, y) = b^{a}\, x^{a^{2q-6}} + 5a^{b}(x \cdot y)^{a^{q-3}} - b^{a^{a}}y$

Sabiendo que su suma de grados absolutos tiene la forma:

$(a^{15} + 1)^{2}$

A) 16　　B) 17　　C) 18
D) 19　　E) 20

7 Si: $P(x) = 5x^2 + 7x - 12$

Calcula: $(P(-1))^{P(1)}$

A) 1 B) −1 C) 2
D) −2 E) 0

8 Sea P un polinomio, tal que: $P(2 - x) = P(-x) + x - P(1 - x)$
Si la suma de coeficientes de P es k y su término independiente es 2k; además: $P(2) = 4 - k$. Calcula: $P(2) / k$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 7 E) 13

9 Halla la suma de coeficientes del siguiente polinomio ordenado y completo:

$P(x) = (a^2 - b^2)x^{a^3 + b^3} - (a - b)x^{a + b} + ab$

A) 20 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{3}$

10 Sabiendo que los polinomios son idénticos:

$P(x) = (x-1)(ax + b) + c(1+x+x^2)$

$Q(x) = 2x^2 + 6x + 1,$

halla: c− a −b

A) 2 B) − 4 C) 4
D) 5 E) − 5

11 Calcula la suma de coeficiente del siguiente polinomio completo.

$P(x) \equiv c(x^a + x^b) + a(x^b + x^c) + b(x^a + x^c) + abc$

A) 15 B) 18 C) 20
D) 12 E) 16

12 Halla m y p para que el polinomio sea de grado 14 y la diferencia de los grados relativos de **x** e **y** sea 4.

$T(x; y) = 4x^{m+p+3}y^{p-2} + 9x^{m+p+1}y^{p+4} - 5x^{m+p-1}y^{p+1}$

A) 1; 7 B) 3; 2 C) 5; 2
D) 2; 7 E) 5; 3

13 Si m es el mayor posible, calcula su valor sabiendo que la expresión, es de sexto grado.

$P(x) = \sqrt[3]{x^{2m}\sqrt[m-4]{x^m}}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

14 Si el polinomio:

$P(x) = (ab - bc - m^2)x^4 + (bc - ac - 4mn)x^2 + (ac - ab - 4n^2)$

es idénticamente nulo. Calcula: $Z = \dfrac{a^{-1} + b^{-1}}{c^{-1}}$; $abc \neq 0$

A) 1 B) 2 C) −3
D) − 4 E) 1/2



Claves

1. A	3. A	5. E	7. A	9. B	11. B	13. D
2. A	4. D	6. C	8. A	10. A	12. C	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. ¿Qué tipo de polinomio es el que se te presenta?

$$P(x, y, z) = a^{a^{\sqrt{b}}}\frac{x^3y^3}{z^{-2}}+\frac{7y^{\frac{1}{7}}z^2}{\sqrt[-7]{y^6}}-\sqrt[9]{2^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}x^{18}}+\frac{x^3y^2z^5}{\sqrt{ab}^3}-\sqrt{3^{-3^{-3}}x^2y^4z^6}$$

A) Polinomio racional fraccionario.

B) Polinomio racional entero.

C) Polinomio fraccionario.

D) Polinomio irracional.

E) Polinomio irracional fraccionario.

2. **Polinomios**

Cada uno de los polinomios aparece dos veces. Excepto uno que aparece tres veces, y otro que está solo. ¿Cuáles son e indique a qué tipo de polinomio pertenece?

$P(x, y) = 8x^4y + 24x^3y^2 + cy^4$,

$P(y) = xy^2 + x^2y^2 + xy^3$

$P(x, y) = x^3 + 2x^2y + y^3$

$P(y) = y^3 + y^2 + y + 1$;

$P(x) = 8x^4 + 24y^3 + y^5$

$P(x) = cy^5 + 24y^5 + 7x^4$

$P(x, y) = 8x^4y + 24x^2y^3 + cy^5$;

$P(y) = y^3 + 2x^2y^2 + x^2$

$P(x) = a^2x^2 + b^2y^2 + cz^2$

$P(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 4$;

$P(y) = y^3 + 2x^2y^2 + x^2$

$P(x) = cy^5 + 24y^5 + 7x^4$

$P(x, y) = x^3 + 2xy^2 + y^3$,

$P(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 4$

$P(x, y) = 8x^4y + 24x^3y^2 + cy^4$

$P(y) = xy^2 + x^2y^2 + xy^3$;

$P(x, y) = 8x^4y + 24x^2y^3 + cy^5$

$P(y) = y^3 + y^2 + y + 1$

$P(x, y) = x^3 + 2x^2y + y^3$;

$P(x, y) = 8x^4y + 24x^2y^3 + cy^5$

$P(x) = 8x^4 + 24y^3 + y^5$;

$P(x) = a^2x^2 + b^2y^2 + cz^2$

Razonamiento y demostración

3. Dado el polinomio $P(x) = P(x - 1) + P(x - 2)$, además: $P(1) = 3$; $P(2) = 4$.

Halla $P(P(0))$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

4. Si: $R(x) = (2x + 5)^2 - 8$

Calcula:

$$\frac{1 - R(-1)}{R(20)}$$

A) 1 B) 0 C) –1
D) –2 E) 3

5. Si: $P(x) = 3x + 2$,

calcula: $P(1)^{P(0)}$

A) 20 B) 15 C) 10
D) 25 E) 5

6. Si: $P(-x) = 3x + 1$; halla: $P(1) + P(-1)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

7. Si: $f(x - 2) = 2x + 1$;

halla: $\dfrac{f(1) + f(2)}{f(3)}$

A) 1 B) 11 C) 14
D) $\frac{16}{11}$ E) $\frac{8}{7}$

8. Si: $P(3x + 1) = 9x + 8$; halla: $P(2x + 3)$

A) 6x B) 6x + 14 C) x + 14
D) 6x + 5 E) 5x + 1

9. Si: $P(x) = 5x - 4$, además $P(f(x)) = 5x + 1$,

halla f(3).

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10. Dado el polinomio:

$P(x) = (n - 4)x^{n-4} + (m + 1)x^{2n+1} - x^{2n-2}$

Donde: $GA(P) = 7$, calcula n.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

11. Si: $P(y) = y^{2a+3} - y^{a+1} + y^{2a+2}$

Donde: $GR(y) = 7$, halla a.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

12. Calcula el valor de x para que la expresión sea de noveno grado:

$M(a) = \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{a^2} \cdot \sqrt[x]{a^3} \ldots \sqrt[x]{a^x}$

A) 12 B) 16 C) 15
D) 17 E) 19

Resolución de problemas

13. Calcula E = a + b + c en la siguiente identidad:

$18x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = a(bx + a)(cx - a)^b$; $a > 0$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

14. El largo de un rectángulo mide 7x + 2y + 17z. Si su perímetro mide 20x + 8y + 40z. Expresa el ancho del rectángulo como un polinomio P(x, y, z).

A) P(x, y, z) = 3x + 2y + 3z

B) P(x, y, z) = 7x – y + 2z

C) P(x, y, z) = 20x + 10y + z

D) P(x, y, z) = 10x + y + z

E) P(x, y, z) = x + y + z

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Reparte los siguientes polinomios en dos grupos, de modo que en cada grupo al reducir sus términos semejantes; el polinomio que se obtenga sea idéntico al del otro grupo.

$8x+4$	$3x^2+3x+5$
x^2+7x+4	$5x+3$
$5x+6$	$9x+4$
$2x^2+x+4$	$2x^2+4x+3$
$9x+3$	$7x+8$

16. Lenguaje

Para resolver este logogrifo debes sustituir los números de los recuadros por letras según la teoría de polinomios.

¡Te doy una pista!

Cada número nos representa siempre la misma letra.

1	14	2	3	5	4	13	3	I
	6	7	4	1	5	9	2	II
		4	10	6	8	1	8	III
			2	6	7	10	3	IV
				12	9	11	3	V
					8	3	2	VI
						2	6	VII
							1	VIII

I. Es el grado donde se suman los exponentes de las variables de un monomio.
II. Grados absolutos de sus términos en un polinomio homogéneo.
III. Se tiene que reemplazar las variables por una constante para el cálculo de la suma de coeficientes.
IV. Es una de las partes del término algebraico que preceden al coeficiente.
V. Las variables toman el valor de una constante para determinar el término independiente.
VI. Un binomio está constituido por cierto número de términos.
VII. $P(x, y) = 4x^7 + 7y^2 + 7xy + 3$ es un polinomio racional entero: Sí o NO
VIII. La primera.

Razonamiento y demostración

17. Sea $P(x - 2) = x^2 + 3x - 2$.
Halla: P(0)

A) 10 B) 8 C) 7
D) 6 E) 4

18. Si: $P(x) = x^2 - 2$
Calcula:

$$\underbrace{P(...P(P(-2))...)}_{2002\ \text{veces}}$$

A) 1 B) 5 C) 3
D) 4 E) 2

19. Sean $P(x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
$Q(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Halla $= P(\sqrt[3]{-8}) + Q(\sqrt[3]{2})$

A) 2 B) 0 C) –1
D) –2 E) 1

20. Sea: $F(x) = \dfrac{2}{x + 1}$

Halla: $[F(1) + F(2) + F(3)]^{-1}$

A) 1 B) $\frac{6}{13}$ C) $\frac{1}{2}$

D) 3 E) $\frac{1}{3}$

21. Si: $3f(x) = \dfrac{5x + f(x)}{2}$

Halla: f(1) + f(2) + ... + f(10)

A) 49 B) 53 C) 54
D) 55 E) 56

22. Si: $P(x) = x(x - 2) + 3$
y además:
$P(a + 1) - P(a - 1) = 4$
Calcula: P(a)

A) 2 B) 5 C) 4
D) 7 E) 3

23. Sea la expresión:

$$P(x^2) = \sqrt{(-x)^4}$$

Evalúa:

$$\frac{P(\pi + x^2) - P(\pi - x^2)}{2P\left(\frac{x^2}{2}\right)}$$

A) 1 B) 2 C) 5
D) 7 E) 12

24. Si: $P(x - 1) = x + 2$
Además: $P(f(x)) = 2x + 7$
Halla: $f(4)$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

25. El grado de $P(x)$ es 32. Halla m.
$P(x) = (x^m + 5)(x^m + 4)(x^m + 3)(x^m + 2)$

A) 8 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

26. Halla el grado del polinomio:
$P(x) = (x^3 + 1)(x^8 + 1)(x^{13} + 1)...(x^{93} + 1)$

A) 912 B) 960 C) 931
D) 893 E) 864

27. En el polinomio:
$P(x; y) = -3x^{2n-1}y^{n+1} + 7x^{2n+7}y^{n+2}$
Se tiene: $GR(x) = 17$, calcula: $GR(y) + n$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

28. En el polinomio:
$P(x; y) = 2x^{a-2}y^{2a} - 5x^{a+1}y^{2a+3}$
Se tiene $GR(x) = 13$
Calcula: $a - GR(y)$

A) –15 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

Resolución de problemas

29. ¿Cuántos términos tiene el siguiente polinomio homogéneo de grado 25 respecto a "m"?

$$A(m, n, p) = \sqrt[7]{\frac{m^{\frac{ab}{6}}}{n^{\frac{a}{2}}p^{\frac{b}{3}}}} + \sqrt[7]{\frac{m^{2\left(\frac{ab}{6}\right)}}{n^{\frac{a+1}{2}}p^{\frac{b+1}{3}}}} + \sqrt[7]{\frac{m^{3\left(\frac{ab}{6}\right)}}{n^{\frac{a+2}{2}}p^{\frac{b+2}{3}}}} + ...$$

A) 90 B) 201 C) 110
D) 210 E) 130

30. Calcula la suma de coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$$Z(x) = n^n(n+1)^2x^{a^7-3a+7} - 7x^{a^7(n-1)(n-3)+a^6+65} + (n^2-1)x^{a^7+2a-3}$$

A) $n^n + 1$ B) –7 C) –3 o 433
D) 184 o –2 E) 5 o – 3

31. Sean los polinomios idénticos:
$H(y) = 2y^3 + 5y^2 + 4y + 1$
$I(y) = (my + n)^t(ty + p) + q;\ q \neq 1$
Obtén el valor de:

$$p = \left(\frac{n^t p^m}{1-q}\right)(m^t . t^m)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

NIVEL 3

Comunicación matemática

32. Busca en esta tabla los binomios necesarios para completar las operaciones con los otros binomios de abajo, de tal manera que sean idénticas con los del segundo miembro.

2x + 8	x + 1	3x + 9	3x + 7
9x + 8	0x + 1	4x + 7	x + 9
6x + 0	5x + 5	3x + 2	7x + 0
6x + 3	0x + 9	3x + 3	x + 8

x + 5 + □ + □ = 11x + 8

x + 4 + □ + □ = 6x + 21

□ + □ + x = 10x + 9

□ + 2x + 5 + □ = 8x + 14

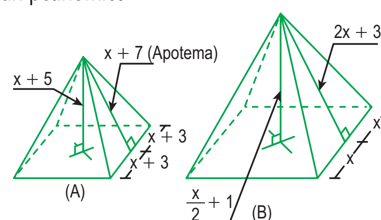
□ + 5 + □ = 7x + 9

□ + □ + x + 3 = 9x + 10

□ + □ + 7 = 4x + 23

□ + 6x + 9 + □ = 11x + 24

33. Expresa el área total y el volumen de las pirámides regulares mediante un polinomio.



Razonamiento y demostración

34. Sea: $P(x) = a^x + bx + \frac{c}{x}$; $c \neq 0$

Si: $P(2) - P(1) = -\frac{1}{4}$

Calcula: $\dfrac{(2a-1)^2 + 4b}{c}$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

35. Si: $P(x) = 2x^{\frac{4}{5-n}} + nx^{n-3} + n^2$

es un polinomio, calcula el valor de P(2).

A) 16 B) 32 C) 46
D) 56 E) 36

36. Si: $f(x+1) = x - 2a$ y $f(1) = 4$,

calcula: f(a)

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

37. Sea: $P(x) = 2x - 1$, calcula:

$P(1) + P(2) + P(3) + ... + P(30)$

A) 225 B) 196 C) 900
D) 961 E) 1024

38. Siendo: $P(x) = ax^{12} - bx^9 + bx^6 - ax^3 + 1$; $a \wedge b \neq 0$,

calcula el valor de:

$M = \underbrace{P(...(P(P(0)))...)}_{2010 \text{ veces "P"}}$

A) 0 B) 1 C) –1
D) 2 E) –2

39. Dado el polinomio: $f(x) = x(x-2) + 1$,

calcula: $\dfrac{\left[f(x)^{f\left(\frac{1}{2}\right)}\right]^2}{f(x+1) - f(x-1)}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$

D) 7 E) 1

40. Sea:

$F(z) = 3z + 14$

Además:

$F(2F(a)) + F(3F(a) + 1) = 286$

Halla: F(a)

A) 1 B) 4 C) 13
D) 17 E) 12

41. Si: $P(x-2) = kx - 8$,

halla: $P(x+1)$

Si P(x) carece de término independiente.

A) $4x + 4$ B) $2x + 1$ C) $2x$
D) $3x + 1$ E) $7x + 3$

42. Sabiendo que "a" $\in \mathbb{Z}^+$, calcula el mínimo valor del grado absoluto del siguiente polinomio.

$P(x) = 2x^{2a+6} + x^{a-7} + 3x^{9-a}$

A) 19 B) 24 C) 20
D) 21 E) 22

43. Halla el grado absoluto del polinomio:

$S(x; y) = 7x^{m+n}y^n + 2x^{m+6}y^{n+4}$

sabiendo que es homogéneo y además: GR(x) es menor que GR(y) en dos unidades.

A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

44. Si se cumple que:

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + ... + \frac{n}{n+1} = m$,

halla el grado de:

$M = \dfrac{x^{n-m}}{\sqrt{x} \,.\, \sqrt[3]{x} \,.\, \sqrt[4]{x} \text{ ...n factores}}$

A) 0 B) 3m C) 2m

D) m + 1 E) m – 1

45. Dado el monomio:

$M(x; y) = 4abx^{2a+3b}\, y^{a+b}$

Donde: GA(M) = 25 y GR(y) = 7

Halla su coeficiente.

A) 4 B) 48 C) 12
D) 16 E) 14

Resolución de problemas

46. Se muestran las expresiones:

$B(x,y,z) = \left(\dfrac{x^{n^2}y^{p^2}}{z^{m^2}}\right)^{\frac{1}{y}} + \left(\dfrac{x^{p^2}y^{m^2}}{z^{n^2}}\right)^{\frac{1}{p}} + \left(\dfrac{x^{m^2}y^{n^2}}{z^{p^2}}\right)^{\frac{1}{e}}$

$C(x, y, z) = \left(\dfrac{x^{n^2}}{x^{p^2}}\right)^{y}\left(\dfrac{y^{p^2}}{y^{m^2}}\right)^{p}\left(\dfrac{z^{m^2}}{z^{n^2}}\right)^{e}$

B(x, y, z) es un polinomio homogéneo.

Luego se determinará que el grado del monomio C(x, y, z) será:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

47. Considerando la expresión polinómica homogénea de grado cero:

$$L(x, y, z, w) = \frac{(x^{y^2})^{z^2}}{y^{a^3}} + \frac{(a^{x^2})^{z^2}}{z^{b^3}} + \frac{(z^{x^2})^{y^2}}{x^{c^3}} + \frac{x^{x^4}y^{y^4}z^{z^4}}{w^{d^3}}$$

Se le pide que calcule el grado de:

$L(x, y, z) = x^{(bc)^6}y^{(ac)^6}z^{(ab)^6}$

Considerando: $abcd = E$

A) E B) E^2 C) E^3
D) E^4 E) E^5

48. Determina el término independiente y el grado del producto del siguiente polinomio

$$T(x) = \left((7x)^{11} + \frac{x}{8} - \frac{1}{8}\right)\left((7x)^{23} + \frac{2x}{8} + \frac{8}{27}\right)\times$$
$$\left((7x)^{43} + \frac{3x}{8} - \frac{27}{64}\right)\left((7x)^{71} + \frac{4x}{8} + \frac{64}{125}\right)...$$

... 27 (parentesis)

A) $\frac{-1}{21952}$; 27909 B) $\frac{1}{20952}$; 27909

C) $\frac{1}{21900}$; 27900 D) $\frac{1}{3}$; 8

E) 1; 1

49. Determina la suma de coeficientes del siguiente polinomio homogéneo.

$$Q(x, y) = b^{b^2}x^{5a+1}y^{9b-3a+6} + a^bx^{2a+4}y^{9b+3} + 2a^bb^ax^{2a+6}y^{9b+1} + x^{2a+5}y^{9b+2}$$

Si su grado de homogeneidad es 33 y sus grados relativos con respecto a x e y son iguales.

A) 542 B) 543 C) 545
D) 0 E) 1

50. Determina el número de términos del siguiente polinomio completo:

$$H(x) = (2m-1)x^{3m-27} + (2m-2)x^{3m-26} + (2m-3)x^{3m-25} + ...$$

A) 17 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

51. De un polinomio completo, ordenado y homogéneo en las variables x e y, la adición de sus grados absolutos de todos sus términos es 342. Indica el número de términos del polinomio.

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

52. Del polinomio idénticamente nulo:

$$N(x, y) = (\alpha + \beta - \gamma - e^2)x^5 + (\beta - de)x^3y^3 + (\beta + \gamma 8 - \alpha - d^2)y^5$$

Determina el valor de:

$$N = \frac{d^2}{\beta} + \frac{\beta}{e^2} + 7\frac{\alpha}{\gamma}$$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

53. Si: $J(t) = L(t)$; además: c y d son mayores que uno.

$$J(t) = (9-c)t^{49} + c^2 - (3+d)t^{43} + d^2 - cdt^{40}$$

$$L(t) = 3nt^{c^2+2cd+d} - p + 2\theta t^{c^2+2cd} + mt^{a^2+2cd+d^2}$$

Determina el valor de: $\left(\frac{p}{m}\right)^{\frac{\theta}{n}}$

A) 125 B) 120 C) 251
D) 21 E) –125

Claves

NIVEL 1	6. B	12. D	17. B	23. B	29. D	NIVEL 3	39. B	45. B	51. B
1. B	7. D	13. B	18. E	24. D	30. C	34. A	40. A	46. A	52. E
2.	8. B	14. A	19. E	25. A	31. B	35. D	41. A	47. C	53. E
3. B	9. D	NIVEL 2	20. B	26. A	32.	36. D	42. C	48. A	
4. B	10. A	15.	21. D	27. A	33.	37. C	43. B	49. C	
5. D	11. A	16.	22. E	28. A		38. B	44. A	50. A	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: PRODUCTOS NOTABLES

1 Si: $\left(\frac{a}{b}\right)^n + 4\left(\frac{b}{a}\right)^n = 725;\ a, b \neq 0$

Halla: $A = \sqrt[3]{\dfrac{a^n + 2b^n}{\sqrt{a^n b^n}}}$

A) 1 B) ab C) 3
D) $\frac{a}{b}$ E) 9

2 Si $x = 1{,}5a + 0{,}5\,\frac{b^2}{a}$ $y = 1{,}5b + 0{,}5\,\frac{a^2}{b}$

Además: $ab = 32$ Calcula el valor de $(x+y)^{2/3} - (x-y)^{2/3}$

A) 16 B) 32 C) 64
D) 8 E) 2

3 Si: $a = 1 + b$, calcula: $(a+b)(b^2+a^2)(b^4+a^4)$

A) a^8 B) $a^8 + b^8$ C) $a^8 - b^8$
D) $a^4 - b^4$ E) b^8

4 Halla el equivalente de: $4(a-b)(a-c) + (b-c)^2$
Si: $2a = b + c + d$

A) $2d^2$ B) d^2 C) $\frac{d^2}{2}$
D) $\frac{d^2}{3}$ E) $\frac{2d^2}{3}$

5 Halla el valor de: $x^3 - 3x^2 + 12x - 16$
cuando $x + \sqrt[3]{3} = 1 + \dfrac{3}{\sqrt[3]{3}}$

A) 1 B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt[3]{9}$
D) 2 E) 0

6 Halla M en: $M = \sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}}$

A) 1 B) 6 C) 20
D) 4 E) 8

7 Si: $a^2 + b^2 = 1$, reduce: $M = (a^4 + b^4) - (a^6 + b^6)$

A) $(a + b)^2$ B) ab C) a^2b^2
D) a^3b^3 E) $-ab$

8 Calcula el valor de: $S = \dfrac{y^6 + z^6 + x^2(x^4 - 9y^2z^2)}{x^4(3yz - x^2) + y^3z^3}$

Si: $z^{-1}(x + y) = -1$

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{2}$ E) -2

9 Si: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Halla el valor máximo que pueda aceptar: $M = \dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ac}$

A) -2 B) -1 C) 1
D) 2 E) 3

10 Reduce:

$M = \dfrac{-(4a-6)(2-a) - 2(2a-3)(1-a) + 2(2-a)(a-1)}{-(2a-3)^2 - (a-1)^2 - (a-2)^2}$

A) 0 B) 1 C) -1
D) 2 E) -2

11 Si $a^3 + b^3 + c^3 = 3$

$(a + b)(a + c)(b + c) = -1$

Halla el valor de: $\dfrac{a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}}{(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})^2}$

A) 1 B) 2 C) -1
D) -2 E) 3

12 Si: $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 0; xyz \neq 0$

Calcula: $\left(\dfrac{x^2 + yz}{x^2}\right)\left(\dfrac{y^2 + xz}{y^2}\right)\left(\dfrac{z^2 + xy}{z^2}\right)$

A) -1 B) 1 C) 0
D) $\frac{1}{xyz}$ E) xyz

13 Dados: $a; b; c; x; y \in \mathbb{R}$

$x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - ac}}{a} \wedge y = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 + ac}}{a}$

Calcula: $K = \dfrac{ax^2 + 2bx + a}{ay^2 + 2by - a}$

A) 0 B) 1 C) -1
D) a E) ab

14 El área de un cuadrado de lado $a + b$ es 8 veces el área de un triángulo de base a y altura b. Calcula:

$G = \dfrac{(a + b)^4 - (a - b)^4}{(4a^2 + b^2)^2 - (4a^2 - b^2)^2}$

A) 1 B) 2 C) 1/2
D) -1 E) $-\frac{1}{2}$



Claves

1. C	3. C	5. D	7. C	9. C	11. A	13. C
2. D	4. B	6. D	8. E	10. C	12. A	14. A

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. **Memoria**

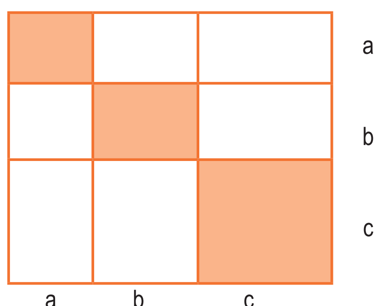
Memorice el texto durante el tiempo que creas conveniente, luego tápalo y completa las palabras que faltan en el texto más abajo.

"Los PRODUCTOS NOTABLES son resultados de ciertas multiplicaciones indicadas que se obtienen en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva, todo esto es posible por la forma en que se presentan los factores".

Los ________________ son resultados de ciertas ________________ indicadas que se obtienen en forma __________ sin necesidad de aplicar la propiedad ________, todo esto es posible por la forma en que se ________________ los factores.

2. Dado que a y b > 0

Según el gráfico, qué proposiciones son verdaderas:



I. El área no sombreada es igual a: $2(ab + ac + bc)$

II. El área del cuadrado de lado "a" más el área del cuadrado de lado "b" es igual a $(a + b)^2 - 2ab$

III. $(c + b)(c - b)$ según el gráfico es igual a: $(2b + c)c - (b + 2c)b$

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) Todas

Razonamiento y demostración

3. Efectúa:

$(x - y + z - w)(x + y - z + w) + (y + w)(y + w - 2z) + z^2$

A) x^3 B) $-y^2$ C) w^2
D) x^2 E) z^2

4. Sean a y b, tal que: $a^2 + b^2 = 1$ y $ab = a + b$

Calcula el valor de: $(ab - 1)^2$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

5. Sean $\{x; y\} \in \mathbb{R}$, tal que cumple:

$$\frac{1}{3x - 2y} + \frac{1}{2x + 3y} = \frac{4}{5x + y}$$

Halla el valor numérico de: $\frac{x + 2y}{2x - y}$

A) $\frac{5}{4}$ B) $\left(\frac{9}{7}\right)^{-1}$ C) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-1}$
D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{5}{3}$

6. Siendo $a + b = m$ y $ab = n$, halla el equivalente de:
$S = (a + b)^4 - (a - b)^4$

A) $8n(m^2 - 2n)$ B) $4n(m^2 - 2n)$
C) $4n(2m^2 - n)$ D) $8n(2m^2 - n)$
E) $n(m^2 - 2n)$

7. Efectúa: $M = (a + b - 3)(a - b + 3) + b^2 - 6b + 9$

A) a B) a^2 C) a^4
D) a^6 E) a^8

8. Calcula:

$P = [(\sqrt[8]{2} + 1)(\sqrt[8]{2} - 1)(\sqrt[4]{2} + 1)(\sqrt{2} + 1)]^3$

A) 1 B) 4 C) 8
D) 27 E) 64

9. Sean: $M = (1 + x)^3 + (1 - x)^3 - 6x^2 + 8$

$N = (1 + x)^3 - (1 - x)^3 - 2x^3$

Halla: MN

A) 60x B) 60 C) 8
D) 1 E) $60x^2$

10. Halla: a + b, si: $ab = 3 \wedge a^3 + b^3 = 28$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11. Reduce:

$G = (a + b + c)^3 - (a + b)^3 - 3c(a + b + c)(a + b)$

A) c^3 B) 1 C) a^3
D) 2 E) b^3

12. Si: $y^2 = (1 - x)(x + y)$

Calcula: $E = \frac{x^2 + y^3}{x^3 + y^2}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución de problemas

13. Si: $x^4 + x^{-4} = 34$, señala el valor positivo de: $P = x - x^{-1}$

A) $\frac{1}{2}$ B) 4 C) 2

D) 8 E) 10

14. Sabiendo que a; b; c $\in \mathbb{R}$, donde:

$(a + b + c)^2 = 3(ab + bc + ac)$

Calcula:

$$A = \sqrt[7]{\frac{(a+b+c)^8}{a^8 + b^8 + c^8}}$$

A) 1 B) 3 C) 8

D) 2 E) 0,5

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Indica el valor de verdad de las proposiciones:

I. En $\mathbb{R}$ se verifica:

$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$,

También en $\mathbb{R}$ siempre se verifica:

$(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) = x - y$

II. Existe algún valor de $(x; y) \in \mathbb{R}$ que verifica:

$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4$

III. Para $x \wedge y \in \mathbb{R}$ siempre se verifica:

$(x - y - z - w)^2 = (z + w - x + y)^2$

A) FFF B) VVV C) VFV

D) FVF E) FVV

16. Crucigrama.

A			(sombreado)
	(sombreado)	E	C
(sombreado)	B		
D			

VERTICALES:

A. De $(4x + y + z)(4x - y - z)$. El coeficiente de x^2 es

C. Si: $x = \sqrt{225} + 1$. De $x^2 - 2x + 1$ se obtiene:

E. Siendo: $a = \sqrt[3]{\frac{121}{8}}$; el valor de:

$(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2) + b^3$ es:

HORIZONTALES

A. Si $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 144\left(x - \frac{1}{x}\right)^{-2}$ el valor de $x^4 + x^{-4}$ es:

B. Sabiendo que: $(x - 1)(x + 3) + (x + 7)(x - 5) = 406$ Luego: $x^2 + 2x$ es:

D. Luego de reducir:

$$\left(\sqrt[18]{1215}^2 - 1\right)\left(\sqrt[18]{1215}^4 + \sqrt[18]{1215}^2 + 1\right)\left(\sqrt[18]{1215}^6 - \sqrt[18]{1215}^3 + 1\right)\left(\sqrt[18]{1215}^6 + \sqrt[18]{1215}^3 + 1\right) + 1$$

Se obtiene:

Razonamiento y demostración

17. Si: $a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2}$, calcula: $a + \frac{1}{a}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{7}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

18. Si a y b $\in \mathbb{R} - \{0\} \wedge a + b \neq 0$

Además: $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} = \frac{3}{a+b} - \frac{1}{b}$

Calcula el valor de: $S = \frac{a^3 + b^2a + 3a^2b}{ab^2 + 3a^2b + b^3}$:

A) –1 B) 1 C) 2

D) 3 E) 6

19. Si: $x + y = 3\sqrt{xy}$, halla: $xy\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)$

A) 3 B) 1 C) 7

D) xy E) $\frac{x+y}{2}$

20. Si: $a + b = 6$ y $a^2 + b^2 = 30$, halla: $M = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$

A) 63 B) 48 C) 12

D) 70 E) 54

21. Si:

$a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$

$b = \sqrt{3 + \sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{3 + \sqrt{8}}}$

Halla: $a^2 + b^2$

A) 14 B) 6 C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

D) 10 E) $\sqrt{6}$

22. Reduce: $K = (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 4) + 64$

A) x B) x^2 C) x^4

D) x^6 E) x^8

23. Reduce: $P = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) –1

24. Reduce la expresión:

$$\sqrt[9]{(m^6 - m^3n^3 + n^6)(m^6 - n^6)(m^6 + m^3n^3 + n^6) + n^{18}}$$

A) m B) m^2 C) 2m D) 1 E) m^3

25. Simplifica:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)$$

A) $a^6 + b^6$ B) $a^6 - b^6$ C) $a^3 + b^3$
D) $a^3 - b^3$ E) $a^6 - b^3$

Resolución de problemas

26. Si: $a^3 - b^3 = m$ y $a - b = n$, halla "ab".

A) $m^3 + n^3$ B) $m^3 + n^3$ C) $\frac{m+n}{3n}$
D) $\frac{m-n^3}{3n}$ E) $\frac{m-n^3}{mn}$

27. Si: $x - y = 1$, además:

$(x + y)(x^6 + y^6)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = x^{3n} - y^{3n}$

Calcula n.

A) 3 B) 4 C) 6 D) 5 E) 2

28. Luego de desarrollar, la expresión:

$Z = (1662)^3 - (283)^3 - (1379)^3$

Es divisible entre:

I) 81 II) 277 III) 283

A) I B) I y II C) II y III
D) III E) II

NIVEL 3

Comunicación matemática

29. MEMORIA

Tapa los recuadros de la izquierda, toma el tiempo que consideres oportuno, lee atentamente las palabras del recuadro de la derecha. Por último tápalo y señala en los recuadros de la izquierda las palabras memorizadas.

Identidad de Facnier	Cálculo	Binomio al cuadrado
Identidad de Argand	Productos notables	Productos Notables
Suma de cubos	Álgebra	Identidad de Argand
Suma de sextas	Ident. de Sterin	Diferencia de cuadrados
Diferencia de cuadrados	Ident. Pitagórica	Suma de cubos
Binomio al cubo	Producto cúbico	Binomio al cubo
Binomio a la quinta	Identidad de Lagrange	Ident. de Lagrange
Diferencia de cubos	Identidad de Lerner	Ident. de Sterin
Identidad de Cardano	Binomio al cuadrado	Ident. de Cauchy
Identidad de Cauchy	Binomio a la sétima	Diferencia de cubos

30. Se cumple la relación:

$$\frac{xyz}{x+y+z} = xy + xz + yz$$

Indica la proposición verdadera:

I. $(xy + yz + xz)^3 = 2xyz + (x^2 + y^2 + z^2)$

II. $(x + y + z)^3 = x^3 + y^3 + z^3$

III. $xyz = \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{5}$

IV. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 3(x - y)^2 + 2(x - z)^2 + (y - z)^2$

V. $x + y + z = 2xyz + 5(xy + xz + yz)$

Razonamiento y demostración

31. Simplifica:

$E = (a + b + c + d)^2 + (a + b - c - d)^2 - 2(a - b)^2 - 2(c - d)^2$

Si: $ab + cd = m$

A) 10m B) 8m C) 4m
D) 2m E) 6m

32. Si x es un número, tal que $10x^4 + 10x^2 + 4 = 13x^2 - 6$

Halla el valor de: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

A) $\frac{23}{10}$ B) $\frac{10}{13}$ C) $\frac{7}{10}$
D) $\frac{13}{7}$ E) 1

33. Si: $x + y = \sqrt{10}$

$(x - z)^2 + (z + y)^2 = 6$

Calcula: $M = xz + xy - yz - z^2$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 8

34. Calcula:

$$E = \sqrt[32]{1 + 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)}$$

A) 12 B) 8 C) 4
D) 16 E) 2

35. Evalúa:

$$\sqrt[8]{3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

36. Simplifica:

$$\frac{(x + a + b)(x + a + c) - bc}{x + a + b + c} - a$$

A) 1 B) 2x C) x
D) 3x E) 8x

37. El área de un cuadrado de lado a + b es 8 veces el área de un triángulo de base a y altura b. Calcula:

$$G = \frac{(a+b)^4 - (a-b)^4}{(4a^2+b^2)^2 - (4a^2-b^2)^2}$$

A) 1 B) 2 C) 1/2

D) –1 E) $-\frac{1}{2}$

38. Si: $ab^{-1} + a^{-1}b = 3$; halla el valor de:

$$E = \left(\frac{a^2}{b^2}+1\right)^3 + \left(\frac{b^2}{a^2}+1\right)^3$$

A) 27 B) 81 C) 189
D) 243 E) 486

39. Si $\frac{4}{x} + x = -2$

El valor de: $(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ es:

A) 8 B) 54 C) 48

D) 63 E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Resolución de problemas

40. Dadas las condiciones:

$x = a(a+1) + b(b+1) + ab$

$y = a(a-1) + b(b-1) + ab,\ a \neq b$

Al reducir la expresión $\frac{x^2-y^2}{4(a^3-b^3)}$ se obtiene:

A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) $\frac{a}{b}$ C) $\frac{b}{a}$

D) 4a E) a – b

41. Si: $\frac{mn}{m^2+n^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Calcula: $R = \left(\frac{m}{n}\right)^8 + \left(\frac{n}{m}\right)^8$

A) 48 B) 50 C) 47
D) 64 E) 51

42. Dada la función polinomial:
$P(x) = x^3 + 77778x - 77777x^2 - 155554$
Calcula: P(77776)

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

43. Suponiendo que: M está definida en $\mathbb{R}$; además: a, b, c $\in \mathbb{R}$
Reduce hasta el máximo la expresión M.

$$M = \frac{\frac{2}{3}\left(\dfrac{b(2a^2-ab+b^2)}{\dfrac{1}{a-b} - \dfrac{(a-b)^2}{a^3+a^2b+ab^2+b^3}}\right)\left(\dfrac{a^3+b^3}{a-b} - \dfrac{a^3-b^3}{a+b} + \dfrac{12a^2b^2}{a^2-b^2} + \dfrac{4ab(a^2+b^2)}{a^2-b^2}\right)}{\dfrac{\dfrac{b}{2ab(a+b)} - \dfrac{c}{2ab(a+b)}}{\left(\dfrac{b^2-c^2}{(2ab(a+b))^2} + \dfrac{2a(b-c)}{(2ab(a+b))^2}\right)\cdot\dfrac{1}{2a+b+c}} + \dfrac{\dfrac{b}{2ab(a+b)} - \dfrac{c}{2ab(a+b)}}{\left(\dfrac{b^2-c^2}{(2ab(a+b))^2} + \dfrac{2a(b-c)}{(2ab(a+b))^2}\right)\cdot\dfrac{1}{2a+b+c}}}$$

A) a – b B) $(a+b)^2$ C) $(a+b)^3$

D) a + b E) $(a-b)^2$



Claves

NIVEL 1	6. A	12. B	17. B	23. C	NIVEL 3	34. E	40. A
1.	7. B	13. C	18. B	24. B	29.	35. D	41. C
2. E	8. A	14. B	19. C	25. B	30.	36. C	42. A
3. D	9. A	NIVEL 2	20. E	26. D	31. B	37. A	43. C
4. B	10. D	15. B	21. B	27. B	32. A	38. E	
5. B	11. A	16.	22. D	28. C	33. B	39. D	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: COCIENTES NOTABLES

1 Calcula el número de términos del siguiente cociente notable:

$$\frac{x^{18n-6}+y^{14n+1}}{x^{n}+y^{n-1}}$$

A) 17 B) 19 C) 16
D) 15 E) 18

2 ¿Qué lugar ocupa el término independiente en el desarrollo del siguiente CN?

$$P(x)=\frac{x^{27}-x^{-9}}{x^{3}-x^{-1}}$$

A) Quinto B) Sexto C) Séptimo
D) Octavo E) Noveno

3 Si la división: $\frac{(5x-1)^{99}+(5x+1)^{99}}{x}$, origina un CN, en el cual un término tiene la forma $A(25x^2-1)^B$, calcula $(A+B)$.

A) 40 B) 38 C) 42
D) 37 E) 39

4 Uno de los términos del cociente notable de $x^n - y^m$ entre $x^2 - y$ es x^8y^8. Halla: $m + n$.

A) 45 B) 50 C) 55
D) 40 E) 39

5 El término independiente del desarrollo:

$$\frac{\frac{x^6}{64}-\frac{1}{x^6}}{\frac{x}{2}-\frac{1}{x}}; \text{ es:}$$

A) 1 B) No existe C) 3
D) 4 E) 2

6 Simplifica:

$$M=\frac{x^{6n-3}-x^{6n-6}+x^{6n-9}-...+x^{9}-x^{6}+x^{3}-1}{x^{3n-3}-x^{3n-6}+x^{3n-9}-...-x^{9}+x^{6}-x^{3}+1}$$

A) $x^{5n}-1$ B) $x^{4n}-1$ C) $x^{3n}-1$
D) $x^{2n}-1$ E) $x^{n}-1$

7 Halla (p + q), si el t_{25} del desarrollo de:

$\dfrac{x^{129p} - y^{86q}}{x^{3p} - y^{2q}}$, es $x^{270}y^{288}$.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

8 Halla el número de términos del producto: A . B si:

$A = x^{20n} + x^{19n} + x^{18n} + ... + x^{n} + 1$

$B = x^{20n} - x^{19n} + x^{18n} - ... - x^{n} + 1$

A) 21 B) 23 C) 25
D) 27 E) 29

9 Sabiendo que uno de los términos del siguiente cociente notable es $-x^4y^{10}$, calcula: $\dfrac{b}{a}$.

$\dfrac{x^a + y^b}{x + y^2}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10 Si el número de términos del cociente notable: $\dfrac{x^a - y^b}{x^3 - y^5}$ es ocho, ¿cuál es el quinto término?

A) x^9y^{20} B) x^8y^{19} C) $x^{11}y^{21}$
D) $x^{12}y^{22}$ E) $x^{12}y^{23}$

11 Calcula el coeficiente del tercer término del desarrollo de:

$\dfrac{x^{12} - 16}{2x^3 + 4}$

A) 9 B) 7 C) 6
D) 1 E) 2

12 Calcula (a + b), sabiendo que el término de lugar doce del cociente notable $\dfrac{x^a - y^b}{x^2 - y^3}$ es x^2y^{33}.

A) 61 B) 62 C) 63
D) 64 E) 65

13 Los siguientes términos consecutivos:

$... -x^{18}y^{27} + x^{16}y^{30} - ...$

son del cociente notable:

A) $\dfrac{x^{30} + y^{30}}{x^2 + y^3}$ B) $\dfrac{x^{34} + y^{51}}{x^2 + y^3}$ C) $\dfrac{x^{48} - y^{72}}{x^2 + y^3}$

D) $\dfrac{x^{48} - y^{72}}{x^2 - y^3}$ E) $\dfrac{x^{38} + y^{57}}{x^2 + y^3}$

14 Calcula $\sqrt[3]{n}$ si el siguiente cociente:

$$\frac{a^{2n-1} - b^{20}}{a^{n-5} - b^4}$$

es notable.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



Claves

1. A	3. E	5. B	7. B	9. B	11. E	13. E
2. C	4. E	6. C	8. A	10. A	12. E	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Subraya solo los que son cocientes notables.

A) $\dfrac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[7]{y}}{\sqrt[15]{x}+\sqrt[35]{y}}$ B) $\dfrac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[7]{y}}{\sqrt[15]{x}-\sqrt[35]{y}}$ C) $\dfrac{x^{27^{5n}}+1}{x^{3^{13n}}+1}$

D) $\dfrac{x^{275}+b^{165}}{x^5-b^3}$ E) $\dfrac{x^n-1}{x-1}$ F) $\dfrac{x^{45}+y^{30}}{x^3+y^2}$

2. Coloca correcto (C) o incorrecto (I) según corresponda.

Cociente notable	Desarrollo	C ó I	Desarrollo correcto
$\dfrac{x^6-1}{x-1}$	$x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$		
$\dfrac{x^8-1}{x^2+1}$	$-x^6+x^5-x^2+1$		
$\dfrac{a^5+b^5}{a+b}$	$a^4-a^3b+a^2b^2+ab^3 . b^4$		
$\dfrac{m^4-\frac{n^4}{16}}{m-\frac{n}{2}}$	$m^3+\dfrac{m^2n}{2}+\dfrac{mn^2}{4}+\dfrac{n^3}{8}$		

Razonamiento y demostración

3. Demuestra que el valor numérico del término tercero del cociente de:

$$\frac{x^{3^3}-3^{3^3}}{x^3-3^3}$$

Para $x = 3$ es 3^{24}.

Demostración:

Efectuando los exponentes de las bases en el dividendo:

$$\frac{x^{\square}-3^{\square}}{x^3-3^3}$$

Expresando en forma similar los términos del divisor en el dividendo para dar la forma de un cociente notable:

$$\frac{(x^3)^{\square}-(3^3)^{\square}}{x^3-3^3}$$

El número de términos es: $\square$

El tercer término se expresará como:

$T_3 = (x^3)^{\square-\square}(3^3)^{\square-1} = x^{18}3^6$

Cuando $x = 3$:

$t = \square^{18} . 3^6 = \square$ lqqd

4. La siguiente división genera un CN:

$$\frac{x^{-2a}-y^6}{x^3-y^{-a}}$$

Halla el segundo término.

A) xy B) $-xy$ C) x^3
D) y^3 E) $-y^3$

5. La siguiente división genera un CN:

$$\frac{(2x+1)^5-(x+5)^5}{x-4}$$

Sea P(x) el término de lugar 3.
Calcula la suma de coeficientes de P(x).

A) 320 B) 321 C) 322
D) 323 E) 324

6. La siguiente división:

$$\frac{x^m+y^n}{x^2+y^3};\ 4\le k\le 6$$

genera un cociente notable. Halla el tercer término sabiendo que k es el número de términos.

A) x^2y^2 B) $-x^2y^2$ C) x^4y^6
D) $-x^4y^6$ E) $-x^4y^3$

7. Halla el valor del cuarto término del desarrollo de:

$$\frac{(x+y)^{18}-(x-y)^{12}}{(x+y)^3-(x-y)^2};$$

para $x = 2$; $y = \sqrt{2}$.

A) 16 B) 24 C) 32
D) 64 E) 72

8. Si el tercer término del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{(x+2)^n-x^n}{x+1}\right]$$

para $x = 2$, toma el valor numérico de 1024; calcula n^2.

A) 25 B) 49 C) 16
D) 125 E) 36

Resolución de problemas

9. Halla el lugar que ocupa el término de grado absoluto 34 en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{60}-y^{30}}{x^4-y^2}$$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 10

10. Indica cuántos términos tiene el siguiente desarrollo:

$$\frac{x^{4n}-y^{5n}}{x^{4}-y^{5}}$$

sabiendo que el término de quinto lugar tiene como grado absoluto 32.

A) 7 B) 5 C) 11
D) 10 E) 8

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Sea la forma general de un cociente notable:

$$\frac{x^{n}\pm x^{n}}{x\pm a}$$

Escribe los nuevos cocientes notables y su respectivo desarrollo para los valores asignados de sus bases, signos y número de términos respectivamente.

$x = bc;\ a = z;\ \frac{-}{-};\ n = 4$	
$x = m^2,\ a = 1;\ \frac{+}{+};\ n = 3$	
$x = p,\ a = q^3;\ \frac{-}{+};\ n = 4$	
$x = \sqrt[15]{x};\ a = \sqrt[35]{y};\ \frac{-}{-};\ n = 5$	

12. Escribe en algunos casos las bases, los exponentes y/o los signos de los cocientes notables según corresponda.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = \dfrac{x^{\square} - 1}{x - 1}$

b) $x^{70} + x^{68} + x^{66} + \ldots + x^2 + 1 = \dfrac{x^{\square} - 1}{x^2 - 1}$

c) $(x+3)^{35} - (x+3)^{34}x + (x+3)^{33}x^2 - \ldots + (x+3)x^{34} - x^{35}$

$$= \frac{(x+3)^{\square}\ \square\ x^{\square}}{(x+3)\ \square\ x}$$

d) $\square^{n-1} - (x+2)^{\square}x + (x+2)^{\square}x^2 - \ldots - (x+2)x^{n-2}$

$$+ x^{\square} = \frac{\square^{\square}\ \square\ \square^{\square}}{(x+2)\ \square\ x}$$

e) $a^6 - a^4b^2 + a^2b^4 - b^6 = \dfrac{(a^2)^{\square}\ \square\ (b^2)^{\square}}{a^2\ \square\ b^2}$

13. Completa los términos que falta en los cocientes desarrollados:

a. $\dfrac{81x^4 - 83521n^4}{3x - 17n} = 27x^3 + \square + 867xn^2 + \square$

b. $\dfrac{27m^3 + 512n^6}{3m + 8n^2} = 9m^2 - \square + 64n^4$

c. $\dfrac{x^4 - 81}{x + 3} = x^3 - \square + 9x - \square$

d. $\dfrac{a^6 - b^6}{a - b} = \square + a^4b + \square + \square + ab^4 + b^5$

e. $\dfrac{x^{12} - b^{12}}{x^2 + b^2} = x^{10} - \square + x^6b^4$

$$- \square + \square - \square$$

Razonamiento y demostración

14. En la división se genera un cociente notable $\dfrac{x^m - y^n}{x^a + y^b}$; además se sabe que:

$m + n = 18;\ a + b = 3$, y posee $3b$ términos.

Halla el término de lugar $2b$.

A) x^2y^3 B) $-x^2y^3$ C) $-x^2y^6$
D) x^2y^6 E) $-x^3y^2$

15. En el cociente notable generado por $\dfrac{\sqrt{x}^{35} - \sqrt[3]{x}^{35}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$

¿Cuántos términos son racionales enteros?

A) 5 B) 6 C) 8
D) 12 E) 25

16. Si el cuarto término del cociente notable $\dfrac{x^{a+b} - y^{a+b}}{x^{a-b} - y^{a-b}}$ es $x^{40}y^{60}$. Halla $(a - 2b)$.

A) 10 B) 20 C) 30
D) –20 E) –30

17. Calcula el número de términos del CN:

$$\frac{x^{4n+12} - y^{4n-3}}{x^{n-8} - y^{n-9}}$$

A) 8 B) 12 C) 15
D) 10 E) 25

Resolución de problemas

18. Reconoce el quinto término del siguiente cociente notable, si se sabe que el tercero es $x^{36}y^2$.

$$\frac{x^m - y^n}{x^2 - y}$$

A) $x^{30}y^6$ B) $x^{36}y^4$ C) $x^{32}y^4$
D) $x^{32}y^6$ E) $x^{34}y^2$

19. Si el número de términos del cociente notable de la división $\dfrac{x^{16m+96} - y^{p^2}}{x^8 + y^p}$, es el triple del número de términos del cociente notable de esta otra división $\dfrac{x^{m^2+2m} - y^{n^2}}{x^m - y^n}$, calcula: $m + n + p$

A) 38 B) 32 C) 8
D) 30 E) 24

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Compara si es mayor (>) o menor (<) los grados absolutos de los términos de lugar "k" indicados:

1. $\dfrac{x^3 - y^3}{x - y}$; $\dfrac{8x^3 - 1}{2x - 1}$

   $GA(t_2)$ ☐ $GA(t_2)$

2. $\dfrac{(x + y)^{60} - (x - y)^{60}}{(x + y)^4 - (x - y)^4}$; $\dfrac{x^{75} - y^{100}}{x^3 - y^4}$

   $GA(t_5)$ ☐ $GA(t_{10})$

3. $\dfrac{x^{72} - 1}{x^2 - 1}$; $\dfrac{x^{36} - 1}{x^4 - 1}$

   $GA(t_{27})$ ☐ $GA(t_5)$

Razonamiento y demostración

21. Simplifica:

$$\frac{x^{156} + x^{152} + x^{148} + ... + x^4 + 1}{x^{78} + x^{76} + x^{74} + ... + x^2 + 1 + \dfrac{2}{x^2 - 1}}$$

A) $\dfrac{x^{80} - 1}{x^2 + 1}$ B) $\dfrac{x^{80} - 1}{x^2 - 1}$ C) $\dfrac{x^{80} + 1}{x^2 + 1}$

D) $\dfrac{x^{82} + 1}{x^2 - 1}$ E) $\dfrac{x^{82} - 1}{x^2 - 1}$

22. Calcula el valor del cuarto término del cociente de:

$$\frac{(x + y)^{60} - (x - y)^{60}}{8xy(x^2 + y^2)}$$

Si: $x = \dfrac{\sqrt[3]{5}}{2} + \dfrac{1}{2}$ $y = \dfrac{1 - \sqrt[3]{5}}{2}$

A) 425 B) 525 C) 625 D) 725 E) 825

23. Halla el término idéntico en el desarrollo de los C.N.:

$$\frac{x^{75} - y^{100}}{x^3 - y^4} \quad y \quad \frac{x^{102} - y^{68}}{x^3 - y^2}$$

A) $x^{36}y^{45}$ B) $x^{45}y^{36}$ C) $x^{35}y^{26}$
D) $x^{26}y^{35}$ E) $x^{12}y^{15}$

24. Demuestra que el valor numérico del quinto término en el desarrollo de
$(x + 2)^{10} - (x + 1)^{10}$ cuando $x = 1$ es 7776.

25. Calcula a si el cociente es notable:

$$\frac{x^{2a+1} - y^{a+3}}{x^{a-4} - y^{a-5}}$$

A) 1 B) 5 C) 7 D) 9 E) 3

26. Calcula $E = a + b + c$; si el término central del desarrollo:
$\dfrac{x^a - y^b}{x^2 - y^5}$; es $x^c y^{120}$

A) 591 B) 191 C) 491 D) 391 E) 291

Resolución de problemas

27. Halla el número de términos en el desarrollo de:

$$\frac{x^{np} - y^p}{x^n - y}$$

si los grados absolutos de todos los términos van disminuyendo de 3 en 3 y si además el t_{40} de su desarrollo tiene G. A. = 87.

A) 32 B) 42 C) 52 D) 62 E) 72

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. D
5. E
6. C
7. D
8. B
9. A
10. E

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. B
15. B
16. E
17. C
18. C
19. A

NIVEL 3
20.
21. A
22. C
23. B
24.
25. C
26. D
27. C

MARATÓN *Matemática*

Halla el residuo luego de dividir:

$$\frac{(x-1)^2+(x^2-1)^3+(x^3-1)^4+...+(x^{29}-1)^{30}}{x^2-1}$$

Resolución:

Del teorema fundamental: $D(x)=\underbrace{d(x)q(x)+r}$

$$D(x)=\underbrace{(x^2-1)q(x)+ax+b}$$

$$D(x)=(x+1)(x-1)q(x)+ax+b \;...(\alpha)$$

Evaluamos en α para $x=1$:

$0=0+a+b \;\Rightarrow\; a=-b \qquad ...(\beta)$

Evaluamos en α para $x=-1$:

$2^2+2^3+2^4+...+2^{30}=\underbrace{b-a}$; de (β): $a=-b$

$2(2+2^2+2^3+...+2^{29})=2b$

$$b=\frac{2(2^{29}-1)}{2-1}$$

$$b=2^{30}-2$$

$\therefore\; r(x)=(2-2^{30})x+2^{30}-2$



1. Reduce:

$$\sqrt[5]{\frac{3^{m+1}+3^{m+2}+3^{m+3}+3^{m+4}}{3^{m-6}+3^{m-7}+3^{m-8}+3^{m-9}}}$$

A) 3 B) 9 C) 27
D) 1 E) 6

2. Del siguiente polinomio determina el valor de a:

$P(x)=x^{\sqrt[3^3]{a^{a^{12}}}}+1$; si su grado es 3.

A) $\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 3
D) $\sqrt[3]{3}$ E) 9

3. Indica si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F).

I. La suma de dos números irracionales es otro número irracional. ( )
II. En una división en $\mathbb{Z}$, el resto es menor que el divisor. ( )
III. $\forall x \in \mathbb{Q}$ se cumple $(x^2)^{1/2}=x$. ( )

A) FFF B) FVF C) FFV
D) VVF E) VVV

4. Factoriza e indica un factor primo de:

$T^5+T^4+2T^2-1$

A) T^4+T^2+1 B) T^3+T+1 C) T^2-T-1
D) T^2+1 F) T^3-T^2-1

5. Determina el término independiente del siguiente polinomio; si es completo y ordenado.

$P(x)=a^2+b^2+(a+b)x^{ab}+(a^2-b^2)x^{a-b}$

A) 6 B) 4 C) 2
D) 0 E) 1

6. Si: $a+b=5$; calcula el máximo valor entero que toma:

$a(b+1)+3(b+1)$; a y b $\in \mathbb{R}^+$.

A) 6 B) 10 C) 11
D) 20 E) 15

7. Dada la ecuación: $12x^{34}-4x^{22}-5x^3+3=0$

Sea: S_1; S_2; S_3; ...; S_n: la suma de raíces; la suma del producto binario de raíces; ... así sucesivamente hasta S_n el producto de raíces. Determina: $S_{12}+S_{31}+S_{34}$

A) -1 B) 0 C) $-\frac{1}{6}$
D) -6 E) 1

8. Si:

$2^x+2\,.\,3^{x+y}=56$

$3\,.\,2^x+3^{x+y+1}=87$

Calcula: $3x-2y$

A) 1 B) 3 C) 2
D) -1 E) 0

9. Si: $a-b=b-c=\sqrt{2}$

Determina: $M=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$

A) 5 B) 6 C) $4\sqrt{2}$
D) 8 E) 5

10. Si: $\frac{m}{x}=\frac{n}{y}$; $\frac{x^3}{a^3}+\frac{y^3}{b^3}=1$

Entonces: $\frac{m^3}{a^3}+\frac{n^3}{b^3}$ es igual a:

A) $\frac{m}{x^3}+\frac{n}{y^3}$ B) $\frac{m^3+n}{x^3+y}$ C) $\frac{a+b}{x^3+y^3}$
D) $\frac{a^3+b^3}{x^3-y^3}$ E) $\frac{m^3+n^3}{x^3+y^3}$

11. El siguiente polinomio homogéneo:

$P(x;y)=x^{3n-1}+x^{3n-2}y+...+xy^{3n-2}+y^{3n-1}$

es completo y ordenado, además la suma de los grados absolutos de sus términos es 702. Determina el grado de homogeneidad.

A) 21 B) 36 C) 27
D) 37 E) 26

Unidad 2

RECUERDA

La teoría de límites

Uno de los lugares centrales del análisis lo ocupa el concepto de límite. Sobre él se apoya todo el aparato de las demostraciones infinitesimales. Los matemáticos del siglo XVIII probaron un conjunto de procedimientos para fundamentar el análisis infinitesimal, pero lo insatisfactorio de casi todos estos métodos se hizo rápidamente evidente. A finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX era más que evidente la necesidad de formalizar la teoría de límites como base del análisis matemático y una reconstrucción radical de este último.

Este proceso de reconstrucción se reveló claramente en los años veinte de este siglo, sobre todo en los trabajos de Agustín–Luis Cauchy y en sus famosas conferencias, las cuales fueron publicadas en tres libros: Curso de análisis (1821); Resumen de conferencias sobre el cálculo de infinitesimales (1823) y Conferencias sobre aplicaciones del análisis a la geometría (dos tomos 1826–1828). Estos libros tienen una importancia especial, porque en ellos por primera vez, el análisis matemático se construye sucesivamente sobre la teoría de límites.

El primero de los libros está dedicado al estudio de las funciones elementales, tanto de variable real como compleja, incluyendo el estudio de las series infinitas. Asimismo, se introduce por primera vez, una magnitud infinitesimal como una variable cuyo límite es igual a cero. Se expuso también la convergencia de las series, así como sus criterios de convergencia.

En el segundo de los libros se expone el cálculo diferencial e integral de funciones de variable real, destacando la aparición de una demostración analítica de existencia de la integral definida de una función continua.

Reflexiona

- *Piensa más allá del día de hoy, y decide qué dirección quieres darle a tu vida, para que cada paso que des, esté siempre en la dirección correcta.*
- *Los caminos que elijas hoy pueden moldearte para siempre. El que tengamos que tomar tantas decisiones cruciales, siendo tan jóvenes, es algo que nos asusta y al mismo tiempo nos emociona, pero así es la vida.*
- *Es difícil, pero a veces es mejor no tener amigos durante un tiempo, que tener los amigos equivocados.*

¡Razona...!

¿Cuántas personas como mínimo hay en 6 filas de 4 personas cada una?

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 24

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: FACTORIZACIÓN

1 Factoriza:
$P(x; y) = x^5 + xy^4 + y^5$
y señala un factor primo.

A) $x^3 + xy^2 + y^3$ B) $x^3 - x^2y - y^3$ C) $x^2 + xy + y^2$
D) $x^2 + xy - y^2$ E) $x^3 + x^2y + y^3$

2 Factoriza:
$P(a; b) = a^3 + b^3 - ab(a + b) - c^2(a + b)$
e indica la suma de factores primos.

A) $3a + b$ B) $3a + 5b$ C) $a + b$
D) $a - b$ E) $3a - b$

3 Señala un factor primo de:
$P(x; y; z) = x^3y(zx - y^2) + y^3z(xy - z^2) + z^3x(yz - x^2)$

A) $x^2 + yz$ B) $y^2 + xz$ C) $z^2 + xy$
D) $x^2 + y^2z^2$ E) $z^2 - xy$

4 Factoriza: $R(x) = x^5 + x^4 + 2x^2 + 1$
e indica el valor numérico de un factor primo para: $x = 3$.

A) 100 B) 49 C) 8
D) 64 E) 105

5 Factoriza: $(x + y + z)(xy + xz + yz) - xyz$
y halla la suma de sus factores primos.

A) $x + y + z$ B) $x + 2y$ C) $2x + y + z$
D) xyz E) $2(x + y + z)$

6 Si un factor primo de: $K(m; n) = m^3 + 3m^2n + 6mn^2 + 18n^3$
tiene la forma: $am + bn$
calcula: $\sqrt{a + b}$

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2
D) $\sqrt{6}$ E) 1

7 Factoriza: $P(a; b; c) = (a + b + c)(ab + ac + bc) - abc$ e indica un factor primo.

A) $a + b$ B) $a - b$ C) $2a - b$
D) $3a + b$ E) $4a + b$

8 Factoriza por el método de las identidades:

$F(x) = 9(3x^2 - 4)^2 - 4(2x^2 + 2)^2$ (en $\mathbb{R}$)

$R(x) = 8x^3 + 27$

$P(x; y) = x^4 + 14x^2 + 49 - y^2$

$M(x; y) = x^6 - x^4y^2 - x^2y^4 + y^6$

9 Halla la suma de coeficientes de un factor primo de:

$F(x; y) = 16x^{12}y^3 - 20x^8y^7 + 4x^4y^{11}$

A) 1 B) 6 C) –1
D) –2 E) –6

10 Factoriza: $R(a) = a^8 - 12a^4 + 16$

Indica el producto de términos independientes de los factores primos.

A) 8 B) 16 C) – 10
D) 2 E) 4

11 Factoriza: $F(x) = (x^2 + 5)^2 + 13x(x^2 + 5) + 42x^2$ e indica la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 5 B) 6 C) 2
D) 4 E) Hay dos respuestas

12 Factoriza: $G(x) = (x^2 + 6)^2 + 3x(x^2 + 6) - 10x^2$

El factor primo cuadrático es:

A) $x^2 - 2x + 6$ B) $x^2 + 2x + 6$ C) $x^2 + 3$
D) $x^2 + 5x + 5$ E) $x^2 - 5x + 6$

13 Factoriza por el método del aspa simple:

$P(x) = (6x^2)^2 - 61x^2 + 25$

$F(x; y) = x^2(x - y)^2 - 14xy^2(x - y) + 24y^4$

$R(x; y) = x^4 + y^4 - 4xy(x^2 + y^2) + 5x^2y^2$

$A(a; b) = (a + b)^4 - (a - b)^4$

14 Dados los polinomios:

$P(x) = x^2(x^2 + 3)^2 - (3x^2 + 1)^2$

$Q(x) = x^4 + 2x^2 - 3$

Al factorizarlos da como respuesta el factor común cuadrático.

A) $x^3 + 1$ B) $x^2 - 2$ C) $x^2 - 1$
D) $x^2 + 3$ E) $x^2 + 4$



Claves

1. C	3. E	5. E	7. A	9. A	11. E	13.
2. E	4. B	6. C	8.	10. B	12. A	14. C




Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. ¿Cómo lo dirías?

Se olvidaron de escribir las indicaciones de cada proceso. Observa bien las frases de la parte inferior y escribe la letra que corresponda en los espacios circulares en blanco.

Factoriza y da como respuesta la suma de los factores primos:

$T(x; y; z) = x^2y^4 + x^2z^4 + y^2z^4 + x^4y^2 + x^4z^2 + y^4z^2 + 2x^2y^2z^2$

Resolución:



$T(x;y;z) = x^2y^4 + x^2z^4 + y^2z^4 + x^4y^2 + x^4z^2 + y^4z^2 + x^2y^2z^2 + x^2y^2z^2$



$T(x;\ y;\ z) = (x^2y^4 + x^2y^2z^2) + (x^2z^4 + x^2y^2z^2) + (y^2z^4 + y^4z^2) + (x^4y^2 + x^4z^2)$



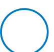
$T(x;\ y;\ z) = x^2y^2(y^2 + z^2) + x^2z^2(z^2 + y^2) + y^2z^2(z^2 + y^2) + x^4(y^2 + z^2)$



$T(x;\ y;\ z) = (y^2 + z^2)(x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 + x^4)$



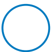
$T(x;\ y;\ z) = (y^2 + z^2)((x^2y^2 + x^4) + (x^2z^2 + y^2z^2))$



$T(x;\ y;\ z) = (y^2 + z^2)(x^2(x^2 + y^2) + z^2(x^2 + y^2))$



$T(x;\ y,\ z) = (y^2 + z^2)(x^2 + y^2)(x^2 + z^2)$



$y^2 + z^2 + x^2 + y^2 + x^2 + z^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2)$

A) Nos piden calcular la suma de sus factores primos:

B) Si observas toda la expresión se nota que no hay factor común y si se quiere agrupar notamos que hay un número impar de términos lo que implica que siempre sobrará un término.
Usamos un artificio, el de desdoblar $2x^2y^2z^2$ en $x^2y^2z^2 + x^2y^2z^2$ esto facilitará la agrupación, veamos:

C) Agrupando tal como se indica:

D) Extrayendo el factor común: $y^2 + z^2$

E) Agrupando dentro del paréntesis como se indica:

F) Extrayendo el factor común $x^2 + y^2$

G) Extrayendo factores comunes en cada paréntesis.

H) Extrayendo factores comunes de los dos paréntesis.

2. MEMORIA

Memoriza estas metodologías de factorización durante 1 minuto. A continuación tápalas y responde las preguntas indicadas líneas abajo.

A. Método del factor común.
B. Método de las identidades.
C. Método del aspa simple.
D. Método del aspa doble.
E. Método del aspa doble especial.
F. Método de los divisores binomios.
G. Método de los artificios del cálculo.

I. El método del aspa doble está representado por la letra:___
II. El número de métodos indicados es: _____
III. Escribe los métodos indicados según:

C:
F:
A:
G:

Razonamiento y demostración

3. Factoriza:
$N(x) = (x - 2)(x + 3)(x + 2)(x - 1) + 3$
Da la suma de factores primos.

A) $2x^2 - 2x + 8$ B) $x^2 - x$ C) $x^2 + x$
D) $2x$ E) $2x^2 + 2x - 8$

4. Factoriza:
$x^5 + x + 1$
Indica un factor primo.

A) $x^2 + x + 1$ B) $x^2 - x + 1$ C) $x^3 + x^2 - 1$
D) $x^2 - x - 1$ E) $x^3 - x^2 - 1$

5. Factoriza:
$R(x) = x^{n+7} - x^{n+6} + x^{n+3} - x^{n+2} + x - 1$
Indica un factor primo.

A) $x + 1$ B) $x^n - 1$ C) $x^n + 1$
D) $x^n + x + 1$ E) $x - 1$

6. Indica el número de factores primos cuadráticos de:
$J(x) = (x^4 + x^2)(x^3 + x) + (x^4 + x^2) + (x^3 + x) + 1$

A) 4 B) 3 C) 5 D) 1 E) 2

7. Factoriza:
$R(x) = x^2 - b^2 + 2ax + a^2$
e indica el factor primo de mayor término independiente ($a > 0;\ b < 0$).

A) $x + a$ B) $x + b$ C) $x + a + b$
D) $x - a$ E) $x + a - b$

8. Al factorizar:
$F(x;\ y) = x^4y - x^2y^3 - x^3y^2 + xy^4$
el número de factores primos binomios es:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

9. Halla la suma de coeficientes de un factor primo de:
$A(x; y) = M + Nx^2 + Py^2 + Qy + Rxy + 3x$
si: M; N; P; Q y R son números consecutivos cuya suma es 15.

A) $4 \wedge 5$ B) $2 \wedge 3$ C) $2 \vee 3$
D) $6 \vee 3$ E) $6 \wedge 3$

10. Factoriza:
$P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$
e indica la suma de los términos independientes de los factores primos.

A) 6 B) 10 C) 5 D) – 2 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Respecto a los factores de la expresión:
$$x^5 + x + 1$$
El enunciado incorrecto es:
A) Tiene dos factores primos.
B) Tiene un factor de segundo grado.
C). Tiene un factor de tercer grado.
D) La suma de coeficientes del factor de mayor grado es 2.
E) La suma de coeficientes del factor de menor grado es 3.

12. Se establece: $a + b + c + d = 31$; $\{a, b, c, d\} \in \mathbb{Z}^+$ y se presenta el siguiente polinomio:
$$T(x) = 21x^2 + 22x + 5$$
Es factorizable por aspa simple, tal que:
$$21x^2 + 22x + 5$$
7x ⤫ a
bx ⤫ c
Indica la diferencia de los factores primos.

A) $-(x + 1)$ B) $-2(x + 1)$ C) $-3(x + 1)$
D) $-4(x + 1)$ E) $-5(x + 1)$

Razonamiento y demostración

13. Factoriza:
$T(x) = x^5 + x + 1$
e indica un factor primo.

A) $x^3 + 2$ B) $x^2 + 1$ C) $x^3 + x^2 + 1$
D) $x^2 - x + 1$ E) $x^3 - x^2 + 1$

14. Halla el término independiente de uno de los factores de:
$(x + 1)(x - 3)(x + 4)(x - 6) + 38$

A) 2 B) –5 C) 3 D) 5 E) 1

15. Factoriza:
$x^3 + 4x^2 - 17x - 60$.
Indica un factor primo.

A) $x + 4$ B) $x - 3$ C) $x - 5$
D) $x + 6$ E) $x + 3$

16. Factoriza:
$M(x; y) = 2x^2 + 7xy - 15y^2 - 6x + 22y - 8$
Calcula el producto de coeficientes de los factores primos.

A) 120 B) 50 C) 80 D) 240 E) 60

17. Luego de factorizar al polinomio:
$N(x) = (x - 1)^4 + (x - 1)^2 - 6$
se obtiene un factor primo de la forma: $(ax^b + cx + d)$; d es par.
Calcula: $a + b + c + d$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Calcula el producto de los términos de un factor primo de:
$P(a; b) = (a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 6ab) + 5a^2b^2$

A) $5a^3b^3$ B) $2a^3b^3$ C) $3a^3b^3$
D) $6a^3b^3$ E) $4a^3b^3$

Resolución de problemas

19. Calcula la suma de coeficientes del factor primo mónico cuadrático que se obtiene al factorizar:
$P(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 11x^2 + 7x + 2$

A) 5 B) 1 C) 4 D) 3 E) – 2

20. Factoriza:
$x^3 - 4x^2 - 7x + 10$
Indica la suma de sus factores primos.

A) $3x - 2$ B) $3x - 4$ C) $2x + 1$
D) $x - 8$ E) $2x + 6$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En la factorización del polinomio.
$$3x^4 + Mx^3 + 13x^2 + Px + 10$$
$3x^2$ ⤫ cx ⤫ 5
ax^2 ⤫ dx ⤫ b

determina los posibles valores de **M** y **P** respectivamente:

A) {2; 5} {7; 5} B) {7; –1} {2; 10} C) {5; 7} {9; 12}
D) {1; 1} {2; 2} E) {–10; –7} {–3; 5}

22. Relaciona cada polinomio con su expresión factorizada:
I. $A(p; q; r) = p^2q^2r^2 - r^2q^3 + q^3p - q^2p^3 - p^2r^3 + p^3r - pqr + r^3q$
II. $A(p; q; r) = - r^3q^2 + q^3r^2 + p^3q^2 - p^3r^2 - q^3p^2 + r^3p^2$
III. $A(p; q; r) = p^3r^3 + p^3q^3 + (p^3 + q^3 + r^3)pqr + 2p^2q^2r^2 + q^3r^3$

☐ $(p^2 + qr)(r^2 + pq)(q^2 + pr)$
☐ $(p^2 - q)(q^2 - r)(r^2 - p)$
☐ $(q - r)(p - q)(p - r)(pq + qr + pr)$

Razonamiento y demostración

23. Factoriza:
$E(x) = (x^2 - 9x + 20)(x^2 + 5x + 6) - 60$
e indica un factor primo.

A) $x + 2$ B) $x - 1$ C) $x^2 + 1$
D) $x - 3$ E) $x + 3$

24. Factoriza:
$(x + 4)(x + 3)(x + 2)(x + 5) - 24$
e indica un factor primo.

A) $x - 6$ B) $x + 1$ C) $x - 1$
D) $x^2 + 16$ E) $x^2 + 7x - 16$

25. Factoriza:
$H(x) = x^3 - 7xa^2 - 6a^3$
y da como respuesta la suma de los términos independientes de sus factores primos.

A) $3x$ B) 0 C) $x + 2a$
D) $a + a^2$ E) $3a$

26. Factoriza:
$B(x) = x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 5x - 6$
e indica el número de factores primos.

A) 5 B) 3 C) 2
D) 4 E) 6

27. Sea el polinomio:
$P(x) = x^4 + 2x^2 + 9$
Indica la suma de coeficientes de un factor primo de P(x).

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

28. Luego de factorizar el polinomio:
$P(a; b) = a^4 + b^4 + a^2b^2$
indica el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

29. Luego de factorizar:
$P(x) = (x + y)(x + y + 2)(x + y + 1)(x + y + 3) - 8$
da como respuesta el término independiente de un factor primo cuadrático.

A) $y^3 + 8y + 9$ B) $y + 5$ C) $y^2 + 3y + 4$
D) $y^3 + 5$ E) $y^2 + 4$

30. Hallar el número de factores primos de:
$P(y) = y^7 + 5y^6 + 8y^5 + 6y^4 + 6y^3 + 8y^2 + 5y + 1$

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

31. Factoriza:
$E = x^6 + 21x^4 + 119x^2 - 1$
e indica la suma de coeficientes de uno de los factores primos.

A) 14 B) 6 C) 7
D) 11 E) 8

32. Luego de factorizar:
$E = (2x^2 - 9x + 1)^2 + 24x(x - 1)(2x - 1)$
indica un factor primo.

A) $3x - 1$ B) $2x + 1$ C) $x - 3$
D) $x - 1$ E) $x + 23$

33. Factoriza:
$E(x; y) = 49x^{4m} + 5x^{2m}y^{4n} + y^8$
e indica la suma de coeficientes de uno de los factores primos.

A) 6 B) 10 C) 11
D) 8 E) 4



Claves

NIVEL 1	7. E	13. E	19. D	25. B	31. A
1.	8. B	14. B	20. B	26. D	32. B
2.	9. D	15. E	NIVEL 3	27. B	33. C
3. E	10. C	16. D	21. C	28. B	
4. A	NIVEL 2	17. E	22.	29. C	
5. E	11. D		23. D	30. C	
6. E	12. D	18. A	24. B		



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: MCD Y MCM – FRACCIONES ALGEBRAICAS

1 Efectúa:

$$E = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6} + \frac{x^2 + 6x - 27}{x^2 - 9} + \frac{25 - x^2}{x^2 - 9x + 20} + \frac{2x + 1}{x - 4}$$

A) 0 B) 3 C) 2

D) $\frac{2x - 1}{x^2 - 4}$ E) 4

2 Efectúa:

$$\frac{1}{(a - b)(a - c)} + \frac{1}{(b - a)(b - c)} + \frac{1}{(c - a)(c - b)}$$

A) abc B) a + b + c C) ab + bc + ac

D) $\frac{ab}{c}$ E) 0

3 Efectúa:

$$\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x + 1} - \frac{2}{x^2 - 1} + \frac{x - 1}{(x + 1)^2}$$

A) $\frac{x}{x - 1}$ B) $\frac{1}{(x + 1)^2}$ C) $\frac{-2}{(x + 1)^2}$

D) $\frac{3}{(x + 1)^2}$ E) 1

4 Reduce:

$$\frac{x^2}{xy + y^2} + \frac{y^2}{xy + x^2} - \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$$

A) 0 B) $\frac{x}{y}$ C) $\frac{y}{x}$

D) 2 E) –1

5 Sean los polinomios: $P(x) = x^4 + mx - 9x^2 + n$ y F(x), cuyo MCD(P; F) = $x^2 - 5x + 6$.
Calcula (m + n).

A) 30 B) 40 C) 50

D) 55 E) 45

6 Si el MCD de:
$P(x) = ax^2 + 2x - b$ y $R(x) = ax^2 - 4x + b$ es $(x - 1)$,
calcula: $M = \frac{b}{a} + a^2$

A) 3 B) 7 C) 4

D) 6 E) 5

7 El MCM de A(x) y B(x) es $x^3 - x^2 - 4x + 4$ y el MCD es $x^2 + x - 2$.
Halla el número de factores primos de: A(x) . B(x)

A) 3　　B) 4　　C) 5
D) 4　　E) 5

8 Halla A; B y C, si:

$$\frac{x^2+x+1}{x^3-3x+2} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x+2)}$$

A) $1; \frac{2}{3}; -1$　　B) $1; -\frac{2}{3}; -2$　　C) $1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}$
D) $-1; -2; -3$　　E) $1; 2; \frac{1}{3}$

9 Efectúa: $$\frac{1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{x^2-\frac{1}{x}} - \frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

A) –5　　B) –4　　C) –3
D) –2　　E) –1

10 Efectúa: $R = \left(\frac{x+3}{x-1} - x\right)\left(2x - \frac{x^2}{x+1}\right) \div \left(\frac{2x}{x-1} - x\right)$

A) $x+2$　　B) x　　C) $3x+1$
D) $x-1$　　E) $2x+3$

11 Reduce:
$$E = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{x}{ab}\right)(a+b+x) : \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{x^2}{a^2b^2}\right)$$

A) 1　　B) a + b　　C) ab
D) 3ab　　E) a – b

12 Simplifica: $P = \left[1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{a}}}\right] \div \frac{3a+2}{2a+1}$

A) $3a-1$　　B) a　　C) $3a$
D) 1　　E) $2a+1$

13 Reduce: $M = \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{3}{x^2-1} + \frac{3}{(x+1)(2-x)}$

A) $x+2$　　B) $\frac{5}{1-x^2}$　　C) $\frac{2}{1-x}$
D) $\frac{1}{x}$　　E) x

14 Calcula el valor de m + n, si al simplificar la fracción:
$E = \frac{x^2+(2m-5)x-10m}{x^2-(3n+5)x+15n}$ se obtiene: $\frac{x+10}{x+9}$

A) 2　　B) – 1　　C) 1
D) 4　　E) 6



Claves

1. B	3. C	5. B	7. A	9. E	11. C	13. B
2. E	4. E	6. C	8. C	10. A	12. D	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. MEMORIA:
Memoriza el siguiente concepto durante 53 segundos; luego sin mirarla compara y verifica cuál de las alternativas coincide exactamente con la memorizada.

El mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más polinomios es el polinomio de menor grado y menor coeficiente (prescindiendo de los signos) del cual es factor (o divisor) de cada uno de los polinomios dados.
Para determinar el MCM de varios polinomios se procede como sigue:

a) Descomponer cada polinomio en el producto de sus factores primos.

b) El MCM es el producto obtenido de los factores comunes y no comunes elevados a la mayor potencia con la que entran a formar parte en cada uno de los polinomios.

A
El mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más polinomios es el polinomio de mayor grado y menor coeficiente (prescindiendo de los signos) del cual es factor (o múltiplo) de cada uno de los polinomios dados.
Para determinar el MCM de varios polinomios se procede como sigue:

a. Descomponer cada polinomio en el producto de sus factores primos.

b. El MCM es el producto obtenido de los factores comunes y no comunes elevados a la mayor potencia con la que entran a formar parte en cada uno de los polinomios.

B
El mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más polinomios es el polinomio de menor grado y menor coeficiente (prescindiendo de los signos) del cual es factor (o divisor) de cada uno de los polinomios dados.
Para determinar el MCM de varios polinomios se procede como sigue:

a) Descomponer cada polinomio en el producto de sus factores primos.

b) El MCM es el producto obtenido de los factores comunes y no comunes elevados a la mayor potencia con la que entran a formar parte en cada uno de los polinomios.

C
El mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más polinomios es el polinomio de menor grado y menor coeficiente (prescindiendo de los signos) del cual es factor (o divisor) de cada uno de los polinomios dados.
Para determinar el MCM de varios polinomios se procede como sigue:

a. Descomponer cada polinomio en el producto de sus factores primos.

b. El MCM es el producto obtenido de los factores no comunes elevados a la mayor potencia con la que entran a formar parte en cada uno de los polinomios.

2. Identifica la alternativa que no es correcta:

A) $\dfrac{x^3+6x^2+11x+6}{7x^3+15x^2+3x+2}=\dfrac{(x-1)(x+3)}{7x^2+x-1}$

B) $\dfrac{\dfrac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}+1}{\dfrac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}-1}\cdot\dfrac{4x}{x^3+\frac{1}{x}}=2$

C) $\dfrac{m(m+3p)+2n(3p-2n)}{3p(m+3p)+2n(m-2n)}$

$=\dfrac{m+2}{2n+3p}$

Razonamiento y demostración

3. Si: $a^2+b^2+c^2=5(ab+bc+ac)$;

calcula:

$$R=\frac{49(a^4+b^4+c^4)-23(a+b+c)^4}{49abc(a+b+c)}$$

A) $\frac{a}{b}$ B) ab C) 12
D) 4 E) 1

4. Si:

$$x=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};\ y=\frac{b^2-c^2}{b^2+c^2};\ z=\frac{c^2-a^2}{c^2+a^2}$$

y además:

$$\frac{a^4+b^4}{(a^2+b^2)^2}+\frac{b^4+c^4}{(b^2+c^2)^2}+\frac{a^4+c^4}{(a^2+c^2)^2}=4$$

calcula: $x^2+y^2+z^2$

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 12

5. Sabiendo que:

- $x^3+y^3+z^3=4xyz$
- $x(y^2+z^2)+y(z^2+x^2)+z(x^2+y^2)$
  $=2xyz$

calcula:

$$E=\frac{(x+y+z)^6-16x^2y^2z^2}{(x^3+y^3+z^3)^2}$$

A) 4 B) 6 C) 9
D) 12 E) 15

6. Si:
$xy+yz+zx=3xyz=1$;

halla:

$$A=\frac{y(1+x^2)}{(1-xy)(1-xz)}+\frac{z(1+y^2)}{(1-yz)(1-xy)}+\frac{x(1+z^2)}{(1-zx)(1-yz)}$$

A) 1 B) 2x C) 3
D) xyz E) 1/9

7. Si se cumple que:

$$\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}+\frac{c}{c+1}=\frac{a+b+c}{K}$$

simplifica la expresión:

$$H=\frac{ab+a+K}{b+1}+\frac{bc+b+K}{c+1}+\frac{ac+c+K}{a+1}$$

A) 4K B) 2K C) 3K
D) 8K E) 6K

8. Si al evaluar la fracción:

$$F(x)=\frac{x^3+bx^2-abx-a^3}{x^3+3ax^2-4a^2x+b}$$

para x = a; se obtiene la forma 0/0. Entonces, después de simplificarla, se obtendrá como verdadero valor:

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

9. Encuentra el valor de:

$$\frac{a+b}{b+c}+\frac{a+b}{a+c}+\frac{b+c}{a+b}+\frac{b+c}{a+c}+\frac{a+c}{a+b}+\frac{a+c}{b+c}$$

siendo: $a + b + c = 0$

A) 1 B) 2 C) 3 D) –2 E) –3

10. Halla el MCD de los polinomios:

$P(x; y) = x^3 - xy^2 + x^2y - y^3$

$A(x; y) = x^3 - xy^2 - x^2y + y^3$

$B(x; y) = x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

A) $x + y$ B) $x - y$ C) $x^2 - y^2$
D) $2(x - y)$ E) $2xy$

Resolución de problemas

11. Si: P y Q son dos polinomios factorizables definidos por:

$P(x) = x^3 + 4x^2 + ax + b$

$Q(x) = x^3 + cx + d$

tal que, el MCD(P; Q) = $(x - 1)(x + 3)$, entonces la suma de coeficientes del polinomio [MCM(P; Q)], es:

A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 0

12. La fracción:

$$\frac{ax^2 + 29x + 12}{x(x+2)^2}$$

se descompone en 3 fracciones parciales. Determina el producto de los numeradores.

A) 100 B) 103 C) 105 D) 110 E) 120

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. De las proposiciones:

I. $P(x) = x^2 - x - 6$
$Q(x) = x^2 - 9$
$R(x) = x^3 + 11x^2 + 7x - 147$
$MCD(P(x); Q(x); R(x)) = x - 3$
$MCM(P(x); Q(x); R(x)) = (x - 3)(x + 2)(x + 3)(x + 7)^2$

II. $P(x) = x^4 + 3x^3 - 36x^2 - 41x + 105$
$Q(x) = x^4 + x^3 - 43x^2 + 23x + 210$
$R(x) = x^5 + 2x^4 - 34x^3 + 3x^2 - 33x - 35$
$MCD(P(x); Q(x); R(x)) = (x - 7)(x + 5)$
$MCM(P(x); Q(x); R(x)) = (x-7)(x+5)(x-3)(x+2)(x^2+x-3)(x^2 + x - 1)$

A) Solo I es correcta
B) Solo II es correcta
C) I y II son correctas
D) Ninguna es correcta
E) No se puede afirmar nada

14. **Lenguaje:**
Para resolver este logogrifo debes sustituir los números de los recuadros por letras según la teoría de MCD, MCM y fracciones algebraicas.

Una pista:
Cada número nos representa siempre la misma letra.

2	7			1		2	3	I
		2		2		1		II
				1		2	3	III
				3		1		IV
				9			1	V
							7	VI
								VII
								VIII

I. Es aquella fracción algebraica donde el grado del numerador es mayor o igual que el grado del denominador.

II. Está formado por los factores comunes con su menor exponente. Es el máximo común...

III. Es aquella fracción algebraica donde el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

IV. Si: $Z(x; y) = \dfrac{Ax^3 + Bxy + Cy^5}{A_1x^3 + B_1xy + C_1y^5}$
es independiente de sus variables; entonces se cumple un ... constante de Z.

V. Una fracción algebraica es el cociente de dos expresiones algebraicas, en donde la expresión que representa al divisor es diferente de...

VI. Se factorizan las expresiones, se toman los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

VII. El MCD($x^3 + 3x$; $x^3 + 9x^2 + 3x + 27$) es $x^2 + 3$ ¿SÍ o NO?

VIII. La primera letra.

15. **MEMORIA**
Memoriza el texto durante 1 minuto; luego tapa las descripciones y responde con SI o NO las preguntas planteadas:

- Para dos polinomios E y F, su MCD por su MCM es igual al producto de los polinomios indicados.

MCD(E; F) . MCM(E; F) = E . F

- Para más de dos expresiones algebraicas que son primos entre sí, el MCD es la unidad y el MCM es el producto de ellas.
- Luego de ser factorizadas las expresiones, el MCD está dado por el producto de sus factores comunes afectados de sus menores exponentes.
- Luego de ser factorizadas las expresiones, el MCM está dado por el producto de sus factores comunes y no comunes afectados de sus mayores exponentes.

1. ¿El MCD de un polinomio por el MCD de otro polinomio es igual al producto de los polinomios?

   ______

2. ¿El MCD (luego de factorizar las expresiones) estará dado por el producto de los factores no comunes elevados a su mayor exponente?

   ______

3. ¿El MCM(luego de factorizar las expresiones) estará dado por el producto de los factores comunes y no comunes afectados de sus mayores exponentes.

   ______

Razonamiento y demostración

16. Si: $a + b + c = 1$

$a^3 + b^3 + c^3 = 4$

halla:

$$M = \frac{1}{a + bc} + \frac{1}{b + ac} + \frac{1}{c + ab}$$

A) 1 B) – 2 C) 3
D) 4 E) – 8

17. Halla el MCD de los siguientes polinomios:

$A(x) = 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x - 9$

$B(x) = 10x^3 - 9x^2 + 17x - 6$

A) $3x^2 + 2x - 1$ B) $2x^2 - 2x + 3$ C) $2x^2 - x + 3$
D) $x^2 - x + 1$ E) $x^2 + x + 3$

18. Si: $\frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = 4$;

calcula: $S = \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} + \frac{1}{x-y}$; $x \neq y$; $y \neq z$; $x \neq z$

A) 8 B) 16 C) 2 D) 4 E) 6

19. Si se sabe que: $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0$;

simplifica:

$$E = \sqrt[3]{\frac{3a^2b^2c^2(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)}{a^3b^3 + b^3c^3 + a^3c^3}}$$

A) 1 B) 0 C) $a + b + c$
D) $a^2 + b^2 + c^2$ E) abc

20. Halla el verdadero valor de:

$$E = \frac{x^3 + 7x^2 - 17x + 9}{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}$$

para: $x = 1$

A) 1 B) 0 C) 3
D) –1 E) 2

21. Si: $xa = a^2 - bc$

$yb = b^2 - ca$

$zc = c^2 - ab$

Halla el equivalente de:

$$F = \frac{a^2x + b^2y + c^2z}{ax + by + cz}$$

A) abc B) $a + b + c$ C) $ab + bc + ac$
D) 1 E) $a^2 + b^2 + c^2$

22. Si:

$$\frac{A}{x+5} + \frac{Bx + C}{x(x+5)+1} = \frac{2(2x^2 + 11x) + 13}{(x+5)[x(x+5)+1]}$$

halla: $(A + B)^C$

A) 1 B) 64 C) 27
D) 9 E) 16

Resolución de problemas

23. El verdadero valor de la expresión:

$\frac{x^3 - a^3}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$, para: $x = a$, es:

A) $2a^2$ B) $6a^2\sqrt{a}$ C) 0
D) ∞ E) $-a$

24. Indica como respuesta la suma entre el numerador y el doble del denominador de una de las fracciones simples de la fracción:

$$\frac{x^4 - 7x^3 - 6x^2 - x + 21}{x^3 - 8x^2 + 5x + 14}$$

A) $2x + 1$ B) $2x - 1$ C) $2x + 21$
D) $2x - 3$ E) $5x + 1$

NIVEL 3

Comunicación matemática

25. De las proposiciones, marca solo la alternativa incorrecta. Considerando los polinomios:

$A(x) = x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$

$B(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

$C(x) = x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 8x + 6$

$D(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

Entonces, afirmamos que:

I. El MCD(A(x); B(x); C(x); D(x)) = (x + 1)(x + 3)

II. El MCM(A(x); B(x); C(x); D(x)) =
$(x + 1)(x + 3)(x + 2)(x + 4)(2x – 1)(x^2 + 2)(x^2 – 3x + 2)$

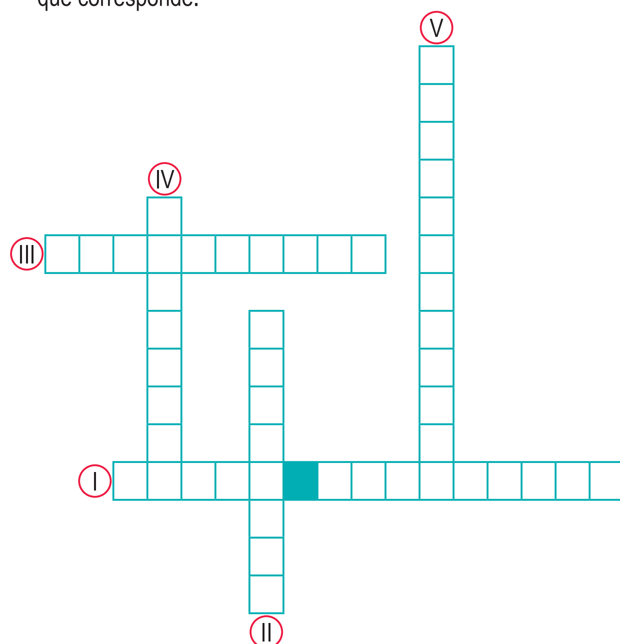
III. El término independiente (TI) del
MCM(A(x); B(x); C(x); D(x)) = – 96

IV. La suma de coeficientes del MCD(A(x); B(x); C(x); D(x)) = 8

V. MCD(B(x); D(x)) . MCM(B(x); D(x))
$= (x + 1)^2(x + 3)(2x – 1)(x^2 – 3x + 2)$

26. FRACCIOGRAMA

Fíjate bien en las fracciones y luego escribe el nombre de acuerdo a la clasificación de cada una de ellas junto al número que corresponde.



I. Si: $F(x; y) = \dfrac{Ax + Bxy + Cy}{A_1x + B_1xy + C_1y}$

Se cumple: $\dfrac{A}{A_1} = \dfrac{B}{B_1} = \dfrac{C}{C_1}$

II. $\dfrac{x^3 - 7x + 1}{x + 2}; \dfrac{150x^2 + 1}{x^2 + x - 3}; \dfrac{x^4 + 4x - 1}{x^2 + 2}$

III. $\dfrac{3x + 2}{x + 9}; \dfrac{x^3 - 2x + 1}{x + 9}; \dfrac{150}{x + 9}$

IV. $\dfrac{x + \dfrac{1}{x + \dfrac{1}{x}}}{x + 3}; \dfrac{\dfrac{3x + 1}{2x - 1} - \dfrac{6x - 5}{x}}{\dfrac{x - 7}{x - 2} + 3}; \dfrac{5x}{\dfrac{10}{x} + \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{x}}}$

V. $\dfrac{x + 3}{2x - 1}; \dfrac{x^2 - 4x - 21}{2x^2 - 15x + 7} \ \forall \ x \in \mathbb{R} - \left\{7, -3, \dfrac{1}{2}\right\}$

27. Completa en los recuadros en blanco lo que falta para llegar a la solución:

De los siguientes polinomios:

$A(x) = x^4 + 15x^3 + 64x^2 + mx + n$

$B(x) = x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 9x^2 + px + q$

Su MCD es: (x + 7)(x + 1)

Determina la suma de los factores primos del MCM de los polinomios.

Veamos la solución:

- Cada polinomio puede ser expresado considerando el MCD como:

$A(x) = \underbrace{(x + 7)(x + 1)}_{2.^\circ \text{ grado}}(\text{Pol. } 2.^\circ \text{ grado}) = x^4 + 15x^3 + 64x^2 + mx + n$

Para x = –7: 0 = □^{4} + 15 □^{3} + 64 □^{2} + m □ + n
⇒ □m + n = –392 ...(1)

Para x = –1: 0 = □^{4} + 15 □^{3} + 64 □^{2} + m □ + n
⇒ □ m + n = –50 ...(2)

De (1) y (2): m = □ y n = □

Asimismo:

$B(x) = \underbrace{(x + 7)(x + 1)}_{2.^\circ \text{ grado}}(\text{Pol. } 3^{er} \text{ grado}) = x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 9x^2 + px + q$

Para x = – 7: 0 = □^{5} + 8□^{4} + 5□^{3} – 9□^{2} + p□ + q
⇒ □ p + q = 245 ...(3)

Para x = –1: 0 = □^{5} + 8□^{4} + 5□^{3} – 9□^{2} + p□ + q
⇒ □ p + q = 7 ...(4)

De (3) y (4): p = □ y q = □

- Con los valores (m, n, p y q) determinados: factorizamos los polinomios:

$A(x) = x^4 + 15x^3 + 64x^2 +$ □ x + □

	1	15	64	□	□
–7		□	□	□	□
	□	□	□	□	□
–1		□	□	□	
	□	□	□	□	

A(x) = (x + 7)(x + 1)(□x^2 + □x + □)

$B(x) = x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 9x^2 +$ □x + □

	1	8	5	–9	□	□
–7		□	□	□	□	□
	□	□	□	□	□	□
–1		□	□	□	□	
	□	□	□	□	□	

B(x) = (x + 7)(x + 1)(□x^3 + □x + □)

- El MCM de A(x) y B(x) estará dado por: $MCM(A;\ B) = (x+7)(x+1)(\square x^2 + \square x + \square)(\square x^3 + \square x + \square)$

- Nos piden la suma de los factores primos del MCM $\Sigma FP(MCM)$:

$\Sigma FP(MCM) = (x+7) + (x+1) + (\square x^2 + \square x + \square) + (\square x^3 + \square x + \square)$

- Reduciendo términos semejantes:

$\Sigma FP(MCM) = \square x^3 + \square x^2 + (1 + 1 + \square + \square)x + (7 + 1 + \square + \square)$

$\therefore\ \Sigma FP(MCM) = \square x^3 + \square x^2 + \square x + \square$

Razonamiento y demostración

28. Si: $(y+z)^{-1} + (x+z)^{-1} + (x+y)^{-1} = 0$

halla:

$$E = \left(\frac{2x+y+z}{y+z}\right)\left(\frac{x+2y+z}{x+z}\right)\left(\frac{x+y+2z}{x+y}\right)$$

A) 1 B) –8 C) 8
D) –1 E) –27

29. Si:

$$\frac{x^2+y^2}{x+y} + \frac{y^2+z^2}{y+z} + \frac{z^2+x^2}{z+x} = xyz$$

halla:

$$K = \frac{y}{xz(x+y)} + \frac{z}{xy(y+z)} + \frac{x}{yz(z+x)}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1
D) xyz E) 4

30. Si:

$a + b + c = 1$

$a^3 + b^3 + c^3 = 4$

halla:

$$M = \frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ac} + \frac{1}{c+ab}$$

A) 1 B) –2 C) 3
D) 4 E) –8

31. Si se sabe que: $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0$

simplifica:

$$\sqrt[3]{\frac{a^9+b^9+c^9-3a^3b^3c^3}{a^6+b^6+c^6-3a^2b^2c^2}} - 3abc$$

A) 1 B) 0 C) a + b + c
D) $a^2+b^2+c^2$ E) abc

32. Si: $ab + bc + ac = 0$

calcula:

$$K = \frac{(ab)^3 + (bc)^3 - 2(ac)^3}{3abc(a+b+c)}$$

A) ac B) ab C) bc
D) abc E) 2ac

33. Conociendo que:

$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2$

Simplifica:

$$\frac{a^4+b^4+c^4}{a^3+b^3+c^3+abc}$$

A) a + b + c B) a + 2b C) a – 2b
D) b + c E) c + a

34. Si el MCD de:

$P(x) = x^3 + ax^2 + (a+b)x + b$

$Q(x) = x^3 + cx^2 + (c+d)x + d$

es un cuadrado perfecto, entonces podemos afirmar que:

A) a + b = c + d

B) a + c = b + d

C) a + d = b + c

D) a + b + c + d = 0

E) a + 2b = c + 2d

35. Halla **a**, **b** y **c** en:

$$\frac{5x^2+19x-18}{x(x+3)(x-2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x-2}$$

A) a = 1, b = –2, c = 3
B) a = 3, b = –2, c = 4
C) a = 2, b = –2, c = 1
D) a = 4, b = 5, c = 3
E) a = 2, b = –1, c = 1

Resolución de problemas

36. A partir de la relación:

$a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b) = Mabc$

determina el valor de M que hace que la fracción:

$$\frac{a(b+c)^2 + b(a+c)^2 + c(a+b)^2}{a(b-c)^2 + b(a-c)^2 + c(a-b)^2};$$

tome el valor de 11.

A) 6,5 B) 7,2 C) 0,3
D) 1,33 E) 8,4

37. La fracción:

$$\frac{mx^3 - (m+7)x^2 + (m+8)x - (m+1)}{mx^3 - (m+9)x^2 + (m+16)x - (m+7)}$$

admite simplificación. ¿Cuál es el denominador que se obtiene si se efectúa dicha simplificación?

A) 2x + 1 B) 2x – 1 C) 2x + 3
D) 2x – 3 E) 2x + 5



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1. B	7. C	13. A	19. C	25.	31. C
2. A	8. C	14.	20. E	26.	32. A
3. D	9. E	15.	21. B	27.	33. A
4. B	10. C	16. B	22. E	28. D	34. C
5. E	11. E	17. C	23. B	29. A	35. B
6. C	12. C	18. C	24. B	30. B	36. B
					37. D

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: POTENCIACIÓN

1 ¿Para qué valor de n se verifica la igualdad:

$5C_5^n = nC_3^{n-1}$?

A) 71 B) 8 C) 6
D) 2 E) 5

2 Calcula el término independiente de la expansión de:

$P(x) = \left(x^7 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$

A) 40 B) 16 C) 22
D) 1 E) 10

3 En el desarrollo de: $\left(2\sqrt[x]{2^{-1}} + \frac{1}{\sqrt[4-x]{4}}\right)^6$

determina x para que el tercer término sea 240.

A) 2 B) 1 C) 3
D) 5 E) 6

4 Halla el valor de n para que el término décimoquinto del desarrollo de $\left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)^{5n+4}$ contenga a **a** con exponente 6.

A) 6 B) 8 C) 7
D) 4 E) 1

5 Si en el desarrollo del binomio $\left(5x^3 + \frac{9y^2}{x}\right)^n$; existe un término que contiene a x^4y^4, indica el número de términos.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 8

6 Halla (n + k), si se sabe que el cuarto término del desarrollo de $(x + 2)^n$ es $80x^k$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

7 Halla el término independiente de x en la expansión de:

$$\left[\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right]^9$$

A) 74 B) 78 C) 82
D) 84 E) 88

8 Si el coeficiente de x^{45} en el desarrollo de:

$P(x)=\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{78}$ es C_a^{78}, halla el coeficiente de: x^{4a-8}

A) C_{15}^{78} B) C_{20}^{78} C) C_{16}^{78}
D) C_{12}^{78} E) C_{14}^{78}

9 Determina el tercer término en la expansión de $P(x)=(x+3)^n$, si se sabe que su cuarto término es $270x^a$.

A) $90x^3$ B) $30x^3$ C) $120x^3$
D) $90x^4$ E) $9x^3$

10 ¿Cuántos términos del desarrollo de $(\sqrt[3]{3}+\sqrt{2})^{12}$ son números naturales?

A) 12 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

11 Si el coeficiente del término en el desarrollo de:

$\left(3\sqrt[a]{x+y}+2\,.\sqrt[a+b]{x^2-xy+y^2}\right)^{2b+a}$ que contiene a (x^3+y^3) es igual a $7(12)^4$. Determina el valor de: $\sqrt[a-1]{2a+b}$

A) 1 B) 3 C) 11
D) 9 E) 6

12 Determina el coeficiente del término en x^{10} del desarrollo de: $(1+3x^2+3x^4)^7$

A) 807 B) 918 C) 19 278
D) 15 362 E) 1254

13 Calcula n + 1, si se cumple que en el desarrollo de:

$P(a;x)=\left(1+\frac{9}{2}x\right)^n$ los términos (n – 1) y n admiten igual coeficiente.

A) 10 B) 5 C) 15
D) 12 E) 11

14 Determina el valor de t:

$$\frac{(t-8)!(t-9)!}{(t-8)!-(t-9)!}=5040(t^2-18t+80)$$

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22



Claves

1. B	3. A	5. A	7. D	9. A	11. B	13. A
2. C	4. D	6. C	8. E	10. C	12. C	14. A

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. El desarrollo de $(a+b)^{17}$ tiene 18 términos.

II. En el desarrollo de $(x+y)^{10}$ todos sus términos son negativos.

III. En el desarrollo de $(a-b)^{7}$ el cuarto término tiene signo negativo.

IV. $(x+y)^{20} \Rightarrow t_{10} = 167\,960x^{11}y^{9}$

A) VFFF   B) VVFF   C) VFVV
D) VVFV   E) FFVF

2. Memoriza el siguiente concepto durante 30 segundos, luego sin mirarlo compara y verifica cuál de las alternativas coincide exactamente con la memorizada.

El número combinatorio (C_p^m) es el número de maneras en que se pueden agrupar los "m" elementos tomados de "p" en "p" elementos, donde cada grupo debe diferenciarse por lo menos de otro, sin importar el orden de sus elementos.

A
El número combinatorio (C_p^m) es el número de maneras en que se pueden desagrupar los "m" elementos formados de "p" en "p" elementos, donde cada grupo debe diferenciarse por lo menos de otro, sin importar el orden de sus elementos.

B
El número combinatorio (C_p^m) es el número de maneras en que se pueden agrupar los "m" elementos tomados de "p" en "p" elementos, donde cada grupo debe igualarse con otro, sin importar el orden de sus elementos.

C
El número combinatorio (C_p^m) es el número de maneras en que se pueden agrupar los "m" elementos tomados de "p" en "p" elementos, donde cada grupo debe diferenciarse por los menos de otro, sin importar el orden de sus elementos.

Razonamiento y demostración

3. Sean n y k enteros positivos que cumplen:

$$\frac{n! + (n+1)! + (n+2)!}{(n+2)! - (n+1)! - n!} = k!$$

Calcula el mayor valor de n^k.

A) 2   B) 27   C) 256
D) 4   E) 16

4. Efectúa:

$$\left[(\sqrt{x}-1)^9(\sqrt{x}+1)^9(x^2+x+1)^9\right]^4$$

Halla el número de términos del desarrollo y además el término central.

A) 37; $C_{18}^{36}x^{52}$ B) 30; $C_{18}^{36}x^{30}$
C) 37; $C_{18}^{36}x^{56}$ D) 37; $C_{18}^{36}x^{54}$
E) 37; $C_{18}^{36}x^{50}$

5. Calcula el valor de $(a+n)$, si se cumple que:

$$C_4^{a+3} = 7C_4^{a+1} \quad \wedge \quad a! = n\underline{|a-2}$$

A) 5   B) 19   C) 12
D) 4   E) 16

6. Resuelve:

$$2C_4^x = 2C_3^x - C_2^x$$

A) $x=4 \vee x=6$ B) $x=4 \vee x=5$
C) $x=5 \vee x=7$ D) $x=6 \vee x=5$
E) $x=3 \vee x=6$

7. ¿Cuántos términos del desarrollo de $(3\sqrt{3}+\sqrt{2})^{12}$ pertenecen al conjunto $\mathbb{N}$?

A) 3   B) 4   C) 6
D) 7   E) 9

8. En el desarrollo de $\left(ax+\frac{1}{x}\right)^8$ el término de lugar siete es $252x^{-4}$; $a > 0$. Halla a.

A) 1   B) 2   C) 3
D) 4   E) 5

Resolución de problemas

9. La suma de coeficientes de:

$$(ax^{-b}\sqrt{y} - b^{a}\sqrt{xy})^{2a} \text{ es } 4096$$

¿Qué lugar ocupa el término en el cual los exponentes de x e y son iguales a 4?

A) 2   B) 4   C) 6
D) 8   E) 7

10. Si en el desarrollo de $(ax^a + bx^b)^n$, los términos de lugares $(a+3)$ y $(b-1)$ equidistan de los extremos; además, la suma de todos los coeficientes es 27. Halla la suma de todos los exponentes de la variable x en su desarrollo.

A) 20   B) 18   C) 16
D) 14   E) 15

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa según la teoría.

a. Es el resultado que se obtiene de ____________ todos los números ____________ en forma consecutiva desde la ______ hasta el ____________.

b. Se define como el ____________ de grupos que se pueden ____________ con "n" elementos tomados de "k" en "k", donde ____________ debe diferenciarse de otro ______________________.

c. El número de ____________ del desarrollo del binomio $(x+a)^n$ es igual al ____________ del ____________ aumentado en la ____________.

d. El ______________ sirve para obtener los ____________ del desarrollo de un ________ de ______________, donde la suma de dos ____________ de una ________ genera un término para la ______________.

12. De las proposiciones, indica verdadero (V) o falso (F):

I. $\underline{\underline{|\!|G}} = 2^{\frac{G}{2}}\,\underline{\left|\frac{G}{2}\right.}$ (   )

Si G: par $(G \in \mathbb{Z}^+)$

II. $\underline{\underline{|\!|G}} = \dfrac{\underline{|G}}{2^{\frac{G-1}{2}}\,\underline{\left|\frac{G-1}{2}\right.}}$ (   )

Si G: impar $(G \in \mathbb{Z}^+)$

III. $\underline{\underline{|\!|G}}\,.\,\underline{\underline{|\!|G-7}} = \underline{|G}\ ;\ \forall\, G \in \mathbb{Z}^+$ (   )

IV. $3!!! = 720!$ (   )

V. $(((5!)!)!)! \neq 5!!!!$ (   )

Razonamiento y demostración

13. Si $n \cdot n! + (n+1)(n+1)! + ... + m \cdot m! = 15! - 7!$
halla $m \cdot n$; $m > n$.

A) 100 B) 105 C) 102
D) 103 E) 98

14. Sabiendo que al desarrollar:

$$[(a+b)^n]^2(a-b)^{2n}[a^4+a^2b^2+b^4]^{2n}$$

obtenemos 17 términos; determina el término central.

A) $C_8^{16}(ab)^{12}$ B) $C_8^{16}(ab)^4$ C) $C_8^{16}(ab)^{48}$
D) $C_8^{16}(ab)^{36}$ E) $C_8^{16}(ab)^8$

15. Calcula:

$$S = C_1^n + 2C_2^n + 3C_3^n + ... + nC_n^n$$

A) $n \cdot 2^{n+1}$ B) $n \cdot 2^n$ C) 2^{n-1}
D) $n \cdot 2^{n-2}$ E) $n \cdot 2^{n-1}$

16. Resuelve:

$$\binom{x}{0}+\binom{x}{1}+\binom{x}{2}+\binom{x}{3}=\frac{x(x^2+6)}{6}$$

A) {6} B) $\left\{\frac{2}{5}\right\}$ C) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$
D) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

17. Halla el término independiente del desarrollo de:

$$\left(2x^4+\frac{1}{2x^4}\right)^{10}$$

A) 252 B) 225 C) 242
D) 520 E) 522

18. Determina **n**, sabiendo que en el desarrollo de $(n+y)^n$ se tiene tres términos consecutivos cuyos coeficientes son proporcionales a 1; 3 y 5.

A) 5 B) 7 C) 8
D) 6 E) 14

Resolución de problemas

19. En una reunión hay 40 damas y 20 varones. Se desea elegir un presidente, vicepresidente, tesorero y un secretario. La condición es que el tesorero sea una dama y el secretario un varón, y nadie puede ocupar más de un cargo. Entonces, el número de maneras en que puede elegirse ese grupo directivo es igual a:

A) 2 644 800 B) 2 844 600 C) 2 866 400
D) 3 088 400 E) 3 244 800

20. Una habitación tiene 4 portabombillas conectadas a un mismo interruptor. Si de un conjunto de 12 bombillas (5 buenas y 7 defectuosas) se escogen 4 al azar para colocarlas en las portabombillas, entonces el número de maneras en que la habitación puede quedar iluminada es:

A) 5 B) 70 C) 175
D) 210 E) 460

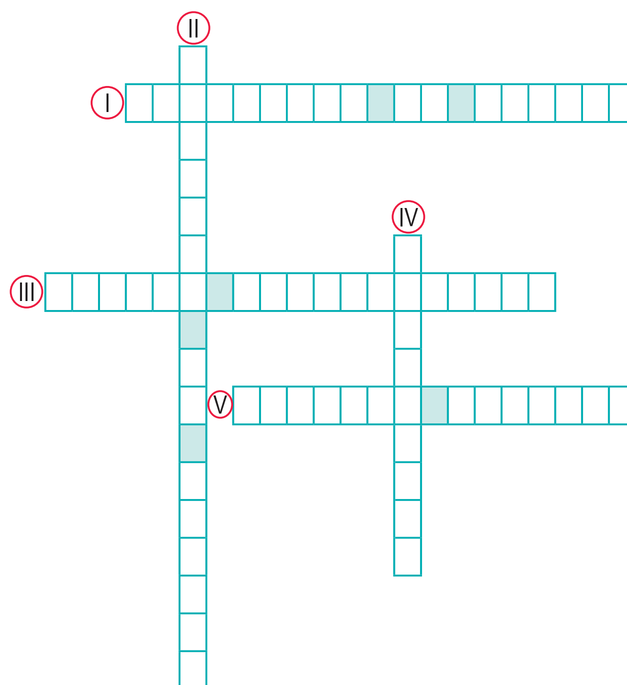
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. "El desarrollo del binomio de Newton: $(1+x)^m$ ________ se cumple cuando $m \in \mathbb{Z}^-$, además, de ser fraccionario. Si consideramos que x es un valor pequeñísimo, se cumple: ________. Se cumple también que el número de términos es ________.

A) No – (1 – x) – dos
B) No $(1-x)^{m-1}$ – variable
C) También – (1 + x) – el mismo
D) También – (1 + mx) – infinito
E) También – (1 – mx) – el triple

22. Sitúa correctamente los títulos de los enunciados en forma cruzada junto al número que corresponde:



I Nos sirve para obtener los coeficientes del desarrollo de un binomio de exponente natural, donde la suma de dos términos de una fila genera un término para la fila siguiente.

II. Nos permite desarrollar el binomio suma o diferencia elevado a un exponente negativo y/o fraccionario.

III. Es el número total de grupos que se puede formar con "n" elementos tomados de "k" en "k", de modo que los grupos se diferencien por lo menos en un elemento.

IV. Es el resultado que se obtiene de multiplicar todos los números en forma consecutiva desde la unidad hasta el número dado: __________ de un número.

V. Se utiliza para obtener un término cualquiera del desarrollo en función del lugar que ocupa.

23. **EL PERSONAJE MISTERIOSO**
El nombre de un personaje famoso se encuentra escondido en el siguiente código. Resuelve cada uno de los problemas que se plantean a continuación, y cambia el número que obtuviste por la letra que te indica el código.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
100	17	15	–2	–2/9	0	1	1/3	91	10	4	19	7	2	3

P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
11	1/2	2/3	9	6	–1	21	84	16	21	18

Problemas	Resultado	Letra
Halla a, si: $40C_a^{18} = 51C_a^{16}$		
Determina "x", si el tercer y sexto término de: $\left(3x + \frac{2}{3}\right)^7$ suman cero.		
Halla el término independiente de x en: $(x^2 - 1/x)^9$		
Calcula n, en: $2n! - (n-1)(n-1)! = 6! + 5!$		
Indica el número de soluciones en la ecuación: $C_{x^2}^{20} = C_x^{20}$		
Calcula: $M = \left(\frac{83!}{81! + 82!}\right)\left(\frac{40! + 41!}{42!}\right)$		

Razonamiento y demostración

24. Simplifica:

$$R = C_3^n + 4C_3^{n+1} + C_3^{n+2}$$

A) n B) n^2 C) n^4
D) n^5 E) n^3

25. En el binomio $(a^m + b^{n-8})^{p-19}$, el término central ocupa el lugar 13 y su parte variable es $a^{48}b^{132}$. Calcula: $m + n + p$

A) 66 B) 10 C) 8
D) 5 E) 4

26. Calcula x en:

$$C_2^x + C_2^{x-1} + C_2^{x-2} = 136$$

A) 5 B) 7 C) 12
D) 3 E) 11

27. Halla el número de términos irracionales en la expansión de: $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^{-1}})^{42}$

A) 32 B) 40 C) 35
D) 42 E) 30

28. El término independiente del desarrollo:

$$P(x, a) = \left[\frac{a}{x}\left(\frac{a^2}{x^2} + 3\right) + \frac{x}{a}\left(\frac{x^2}{a^2} + 3\right)\right]^6$$

es de la forma: C_n^m
Calcula: m/n.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. Calcula el término independiente en el desarrollo de:

$$\left(x + 1 + \frac{1}{x}\right)^8$$

A) 1218 B) 1118 C) 1208
D) 1107 E) 1020

Razonamiento y demostración

30. Indica el coeficiente de x^{16} en la expansión de:

$$(1 - 3x + 5x^2 + x^4 + x^5)^5$$

A) 1230 B) 1225 C) 1200
D) 1115 E) 1125

31. ¿Cuántas palabras de seis letras, que contengan dos vocales diferentes y cuatro consonantes distintas, se pueden formar con cuatro vocales incluyendo la **e** y seis consonantes incluyendo la **s**, de manera que empiecen con **e** y contengan a **s**?

A) 216 000 B) 3600 C) 7200
D) 10 800 E) 9600

Claves

NIVEL 1	**7.** D	**13.** E	**20.** E	**26.** E
1. C	**8.** C	**14.** C	NIVEL 3	**27.** C
2. C	**9.** B	**15.** E	**21.** D	**28.** B
3. D	**10.** B	**16.** A	**22.**	**29.** D
4. D	NIVEL 2	**17.** A	**23.**	**30.** D
5. E	**11.**	**18.** B	**24.** E	**31.** B
6. B	**12.**	**19.** A	**25.** A	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: RADICACIÓN – RACIONALIZACIÓN

1 Al simplificar: $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{72}+\sqrt{50}-\sqrt{8}}$

se obtiene:

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$
D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{18}{99}$

2 Efectúa:
$A=\dfrac{19}{\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

A) $\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$
D) $4\sqrt{5}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

3 Simplifica:
$T=\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}+\dfrac{8}{\sqrt{8}}\right)^2-\left(\dfrac{3}{\sqrt{3}}\right)^2$

A) 15 B) 18 C) 14
D) 17 E) 20

4 Racionaliza: $\dfrac{2(\sqrt{15}-\sqrt{7})}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

A) $\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-1$ B) $5+\sqrt{7}-\sqrt{3}-1$
C) $1+\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{5}$ D) $\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}-1$
E) $\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}-1$

5 Si: $\sqrt{m+2\sqrt{n}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{7}{2\sqrt{2}-1}$
calcula: $m+n$

A) 36 B) 25 C) 38
D) 45 E) 35

6 Calcula:
$M=\sqrt{52-2\sqrt{147}}+\sqrt{28+2\sqrt{75}}$

A) 5 B) 9 C) 15
D) 12 E) 18

7 Reduce la expresión: $E = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

A) 1 B) 3 C) 4
D) 2 E) 6

8 Efectúa: $P = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

A) 2 B) 4 C) 1
D) 6 E) 5

9 Si: $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{x + 2\sqrt{y}}$

Calcula: $3x + 2y$

A) 16 B) 18 C) 20
D) 24 E) 26

10 Efectúa:

$H = \sqrt{3 + \sqrt{7}}\left(\sqrt{13 - \sqrt{7}} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}\right)$

A) 7 B) 5 C) 6
D) 8 E) 4

11 Simplifica: $E = \left(\dfrac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{8}}} - \dfrac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3 + \sqrt{8}}}\right)^2$

A) 14 B) 25 C) 18
D) 28 E) 16

12 Calcula:

$H = \sqrt{11 + \sqrt{112}} + \sqrt{16 - \sqrt{252}}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 13 E) 8

13 Reduce: $B = \sqrt{5} - \sqrt{2}\left(\sqrt{4 + \sqrt{15}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}}\right)$

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ C) $\sqrt{5} - 2$
D) 1 E) $2\sqrt{5} - \sqrt{3}$

14 Reduce:

$J = \sqrt{5 + \sqrt{23}} \cdot \sqrt{11 - \sqrt{23}} - \sqrt{23}$

A) $\sqrt{23}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{6}$ E) 3



Claves

1. B 2. B 3. A 4. E 5. E 6. D 7. A 8. C 9. B 10. E 11. E 12. A 13. D 14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Transforma a radicales simples cada caso; luego indica lo correcto:

I. $\sqrt{4+\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ ( )

II. $\sqrt{11-\sqrt{120}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{5}$ ( )

III. $\sqrt{m+7+2\sqrt{7m}} = \sqrt{m+7} + 7$ ( )

IV. $\sqrt{49+2x^2\sqrt{49-x^4}} = x^2 + \sqrt{49-x^4}$ ( )

V. $\sqrt[4]{28+2\sqrt{192}} = \sqrt{2} + 1$ ( )

2. Verifica la verdad (V) o falsedad (F) de los enunciados:

( ) Los radicales semejantes se caracterizan por poseer sólo la misma expresión subradical.

( ) La racionalización es un proceso que nos permite transformar el denominador irracional de una fracción, en otro que sea racional.

( ) Los radicales homogéneos son aquellos que además de tener el mismo índice poseen la misma cantidad subradical.

( ) El factor racionalizante es la expresión irracional que multiplicada por el denominador racional lo convierte en una expresión racional.

Razonamiento y demostración

3. Efectúa:

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

A) 0 B) 1 C) $2\sqrt{6}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

4. Efectúa:

$$\underbrace{\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} + \sqrt{9-2\sqrt{20}} + \ldots}_{36 \text{ términos}}$$

A) $\sqrt{37}$ B) $\sqrt{37}-1$ C) 5
D) 6 E) $\sqrt{35}+1$

5. Obtén el valor de:

$$A = \sqrt{10-4\sqrt{6}} \,.\, \sqrt{\frac{5}{2}+\sqrt{6}}$$

A) 1 B) 2 C) 0,5
D) 1,5 E) 2,5

6. Racionaliza:

$$E = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x}}$$

A) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$ B) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2}$ C) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$
D) $\sqrt[3]{x^2}$ E) x

7. Simplifica:

$$\frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$$

A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}-3$
D) $\sqrt{7}-3$ E) $\sqrt{5}+\sqrt{5}$

8. Simplifica:

$$Z = \frac{\sqrt{32+4\sqrt{63}}}{\sqrt{32-4\sqrt{63}}}$$

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{7}$ C) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $8+3\sqrt{7}$

Resolución de problemas

9. Si la expresión:

$$R = \sqrt{10}\left[\frac{\sqrt{\sqrt{10}+3} + \sqrt{\sqrt{10}-3}}{\sqrt{\sqrt{10}+\sqrt{7}} - \sqrt{\sqrt{10}-\sqrt{7}}}\right]$$

es equivalente a: $\alpha.\sqrt{\theta} + \theta.\sqrt{\frac{\alpha}{2}}$; donde:

$\alpha \wedge \theta \in \mathbb{N}$, calcula el valor de: $\alpha \,.\, \theta$

A) 8 B) 6 C) 20
D) 12 E) 16

10. Simplifica: $\dfrac{x^9+1+7x^2\sqrt[3]{7}}{x+2+\sqrt[3]{7}}$

y como respuesta multiplica el término independiente del numerador por: $\dfrac{\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{7}}{5}$

A) 6 B) 5 C) 2
D) 1 E) 3

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica qué condición para cada caso debe cumplir "n", si se establecen:
(FR: factor racionalizante)

I. $(\sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y})\,FR = x + y$

$FR = \sqrt[n]{x^{n-1}} - \sqrt[n]{x^{n-2}}\sqrt[n]{y} + \ldots + \sqrt[n]{y^{n-1}}$

$\Leftrightarrow$ ____________________

II. $(\sqrt[n]{x}-\sqrt[n]{y})FR = x - y$

$FR = \sqrt[n]{x^{n-1}} + \sqrt[n]{x^{n-2}}\sqrt[n]{y} + ... + \sqrt[n]{y^{n-1}}$

⇔ ______________________________

III. $(\sqrt[n]{x}+\sqrt[n]{y})FR = x - y$

$FR = \sqrt[n]{x^{n-1}} - \sqrt[n]{x^{n-2}}\sqrt[n]{y} + ... - \sqrt[n]{y^{n-1}}$

⇔ ______________________________

12. "En la racionalización de denominadores ________, si el denominador es de la forma: ________ el factor racionalizante es $\sqrt[m]{x^{m-5n}}$.
En estos casos el factor racionalizante es conocido también como el _______ del denominador".

A) polinomios - $\sqrt[n]{(x^m)^5}$ - conjugado

B) polinomios - $\sqrt[n]{x^{5m}}$ - recíproco

C) monomios - $\sqrt[m]{(x^n)^5}$ - recíproco

D) monomios - $\sqrt[m]{(x^5)^n}$ - conjugado

E) monomios - $\sqrt[m]{x^{5+n}}$ - conjugado

Razonamiento y demostración

13. Efectúa:

$$M = \frac{2}{\sqrt{3}}\left[\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}}}}\right]^{-1}$$

A) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}+1$

14. Calcula:

$$E = \sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{5-3\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{8+2\sqrt{12}}}}$$

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt[4]{3}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[4]{2}$

15. Efectúa:

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5}$$

A) 0 B) 4 C) 6
D) 2 E) 1

16. Calcula:

$$E = \frac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}} - \frac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}}$$

para: $a^4 - a^2 = 6$

A) $4\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$

17. Calcula:

$$H = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

A) 0 B) 2 C) 1
D) 3 E) 6

18. Simplifica:

$$T = \frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{y+2\sqrt{y-1}}+\sqrt{y-2\sqrt{y-1}}}$$

Donde: $x > 2$; $y < 2$

A) $x - y$ B) $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ C) $\sqrt{x-1}$

D) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{y-1}}$ E) $\frac{\sqrt{x-1}}{y}$

Resolución de problemas

19. Si "y" tiene un exceso respecto a "x" de 3 unidades, racionaliza:

$$f = \frac{1}{\sqrt[\frac{(x+3)(x+2)(x+1)}{3}]{5^{C_x^y}} + \sqrt[\frac{(x+3)(x+2)(x+1)}{2}]{7^{C_x^y}}}$$

y da como respuesta el denominador racionalizado.

A) 72 B) 73 C) 74
D) 75 E) 76

20. Se sabe que el radical doble $\sqrt{m+\sqrt{n}}$ es descompuesto como la suma de dos radicales simples. Da como respuesta el cuadrado de uno de ellos, sabiendo que:

$$84m + 21n = 84t^2 + 672t - 84$$

A) $t + 7$ B) $2t + 1$ C) $t + 5$
D) $t - \frac{1}{2}$ E) $5t$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Razonamiento:
Todos los radicales del mismo tipo tienen una cifra por completar, este número sale del número de radicales que faltan para llegar a 9. Averigua qué relación tiene dicho número con el número 9.

$\sqrt{\bigcirc+\sqrt{7}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{12}}$ $\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{7}}$

$\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$ $\frac{7}{\sqrt[\bigcirc]{x^2}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{12}}$ $\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$

$\sqrt{\bigcirc+\sqrt{7}}$ $\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{12}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{7}}$

$\frac{7}{\sqrt[\bigcirc]{x^2}}$ $\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{7}}$

$\sqrt{\bigcirc+\sqrt{12}}$ $\frac{7}{\sqrt[\bigcirc]{x^2}}$ $\sqrt{\bigcirc+\sqrt{12}}$ $\sqrt{\bigcirc-\sqrt{8}}$

Encontradas las cifras, transforma los radicales dobles a simples o racionalice según sea el caso e indica las respuestas.

A) $\sqrt{\frac{3}{2}}+1;\ \frac{9\sqrt{x}}{x};\ \sqrt{3}-2;\ \sqrt{7}-7;1$

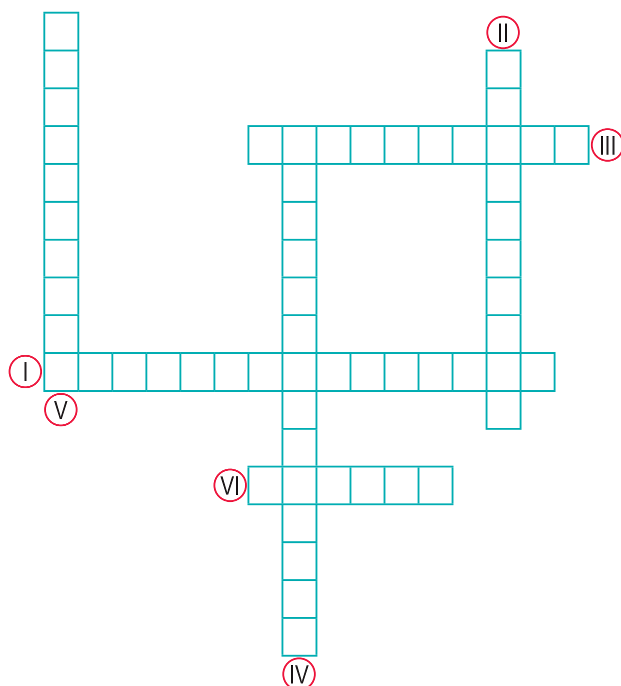
B) $\sqrt{2}+\sqrt{3};9+\sqrt{7};1-\sqrt{2};\ \frac{3\sqrt[5]{x^3}}{2x}$

C) $\sqrt{3}-1;\ \sqrt{10}+2;\ \frac{9\sqrt[5]{x^3}}{x};\ \sqrt{2}-1$

D) $\sqrt{\frac{7}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}};\ \frac{7\sqrt[3]{x^2}}{x};\ \sqrt{2}-1;\ \sqrt{3}+1$

E) No tiene solución

22. Lee con cuidado los enunciados, luego de entenderlos escribe lo que corresponda a cada número indicado es el esquema.



I. Es la operación mediante la cual se transforma una expresión cuyo denominador es irracional en otra equivalente, pero con denominador racional.

II. Son aquellos radicales que tienen igual índice.

III. Son aquellos radicales que además de tener el mismo índice, poseen la misma cantidad subradical.

IV. Es la expresión irracional que multiplicada por el denominador irracional lo convierte en una expresión racional. Es el factor...

V. Es la operación que tiene como objetivo calcular una expresión llamada raíz, tal que elevada al índice resulte otra expresión llamada radicando o cantidad subradical.

VI. Se les llama así a aquellos radicales en cuyo interior aparecen otros radicales ligados entre sí por las operaciones de suma y resta.

23. EL PERSONAJE MISTERIOSO

El nombre de un matemático famoso se encuentra escondido en el siguiente código. Resuelve cada ejercicio propuesto y cambia el número que obtuviste por la letra que indica el número.

Ejercicio	Resultado	Letra
Indica el denominador obtenido al racionalizar: $\frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$		
Transforma a radicales simples: $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$		
Racionaliza: $\frac{23}{\sqrt{27+2\sqrt{50}}}$		
Al racionalizar: $M=\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8}}$ se obtiene como denominador:		
Si: $H=\sqrt{3+\sqrt{7}}\left(\sqrt{13-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{7}}\right)$ halla: $H+2$		

Código:

A	B	C	D	E	F	G	H
$2\sqrt{2}+1$	$\sqrt{3}-1$	7	-2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}-\sqrt{2}$	12	10

I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
8	-7	$\sqrt{3}-5$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-5	18	14	-9	14	$\sqrt{57}$	6	1	$5-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}-1$

Razonamiento y demostración

24. Racionaliza:

$$R=\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}}$$

e indica el denominador racionalizado.

A) 2 B) 3 C) 6
D) 9 E) 18

25. Si: $x=\sqrt{3+\sqrt{8}}$,

calcula:

$$P=\frac{4x^2(x^2-1)(x^4-1)(x^6-1)}{x^{16}-1}$$

A) $\frac{28}{5}$ B) $\frac{28}{51}$ C) $\frac{5}{28}$

D) $\frac{51}{28}$ E) $\frac{1}{8}$

26. Proporciona el equivalente de:

$$\left[\frac{\sqrt[3]{11\sqrt{2}+9\sqrt{3}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{97+56\sqrt{3}}}\right]^{\frac{2}{3}}$$

A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{2}-\sqrt{3}$ C) 1
D) $\sqrt{97}+\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

27. Transforma en radicales simples:

$\sqrt{x+\frac{1}{2}\sqrt{2x-\frac{1}{4}}}$ e indica uno de ellos.

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{\frac{x-1}{8}}$ E) $\sqrt{\frac{x+1}{2}}$

28. Resuelve:

$$\sqrt{x+1+4\sqrt{x-3}}+\sqrt{x+22+10\sqrt{x-3}}=27$$

A) 27 B) 12 C) 67
D) 103 E) 147

29. Al racionalizar la expresión:

$$K=\frac{64}{\sqrt[3]{25}+2\sqrt[3]{5}-3}$$

el denominador racionalizado que se obtiene es:

A) 2 B) 4 C) 3
D) 5 E) 6

Resolución de problemas

30. Según las condiciones:
$mr^2=ns^2=pt^2$ y $\frac{1}{r}+\frac{1}{s}+\frac{1}{t}=4$

Determine:
$R=\sqrt{mr+ns+pt}$

A) $m\sqrt{m}+n\sqrt{n}+p\sqrt{p}$
B) $\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{p}$
C) $0,5(\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{p})$
D) $0,7(\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{p})$
E) $m+n+p$

31. Sean:
$A=x^2+y^2+mnp$
$B=x^2+y^2-mnp$

De los enunciados:
La suma de las raíces décimosexta de A y B es **m**.
La diferencia de las raíces décimosexta de A y B es **n**.
La suma de las raíces octavas de A y B es **p** y la suma de las raíces cuartas de A y B es **q**.

Determina:
$H=\sqrt{x^2+y^2+mnp}+\sqrt{x^2+y^2-mnp}$

A) $\frac{1}{q}$ B) $\frac{2}{q}$ C) $\frac{3}{q}$
D) $\frac{4}{q}$ E) $\frac{5}{q}$

32. De la siguiente transformación del radical doble:
$\sqrt{A(t)+\sqrt{B(t)}}=\sqrt{pt+q}+\sqrt{rt+s}$

además:
$$A(t)+B(t)=252t^2+192t+26$$

determina:
$$p+q+r+s \iff \{p; q; r; s\}\in \mathbb{N}$$

A) 20 B) 30 C) 18
D) 21 E) 22

33. Se tiene el siguiente radical:

$$\sqrt{20dx^2+2c^{-2}y^2+xy\sqrt{(ab-9c^{-2})d}}$$

que se descompone en una suma de radicales simples y cuadráticos. Racionaliza la siguiente fracción y luego como respuesta brinda el cuádruple del denominador.

$$\frac{\sqrt{7-\sqrt[4]{abc^2}}}{6(\sqrt[4]{abc^2}-1)}$$

A) 46 B) 47 C) 48
D) 49 E) 50

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. B	11.	16. A	21. D	27. B
2.	8. E	12. D	17. A	22.	28. D
3. A	9. C	13. A	18. C	23.	29. A
4. B	10. E	14. B	19. E	24. E	30. C
5. A		15. D	20. A	25. B	31. B
6. B				26. C	32. E
					33. C

Aplicamos lo aprendido





TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS

1 Calcula:

$S = i + 2i^2 + 3i^3 + ... + 2ki^{2k}$

Donde: k es par.

A) $k(2i + 1)$ B) 0 C) $k(1 - i)$
D) $k(k + 1)i$ E) ki

2 Reduce:

$E = \dfrac{i^{2!+4!+6!+...+m!}}{i^{1!+3!+5!+...+n!}}$

A) $-i$ B) i C) 1
D) 0 E) i^{m-n}

3 Efectúa:

$A = \left[\dfrac{1 - i^7}{1 + i^{11}} + \dfrac{1 + i^{15}}{1 - i^{19}}\right]^{40}$

A) 1 B) 2^{40} C) 4
D) 3^{40} E) 0

4 Efectúa:

$A = \cfrac{1 - i}{1 - \cfrac{1 - i}{1 - \cfrac{1 - i}{1 - \cfrac{1 - i}{1 - \cfrac{1 - i}{1 + i}}}}}$

A) i B) 1 C) -1
D) $-i$ E) $2i$

5 Si: $z \in \mathbb{C}$, resuelve:

$|z| - z = 3 + i$

Indica: z^{-1}

A) $2(7 + 12i)^{-1}$ B) $6(7 - 24i)^{-1}$
C) $7(6 - 4i)^{-1}$ D) $-3(4 + 3i)^{-1}$
E) $7(6 - 28i)^{-1}$

6 Si $b > a$; además:

$(a + bi)^2 = 1 - 2\sqrt{6}\,i$

Halla: $\dfrac{a}{b}$

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{6}$
D) $\dfrac{-\sqrt{6}}{2}$ E) $\dfrac{2}{\sqrt{6}}$

7 Teniendo presente la igualdad de complejos:

$(1+i)^2+(1+i)^4+(1+i)^6+(1+i)^8=x+yi$

Determina:

$F(x;y)=\dfrac{x+y}{x-y}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

8 Halla el módulo de:

$z=1+\cos 74°+i\operatorname{sen}74°$

Sabiendo que: $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$

A) 1,7 B) 1,5 C) 1,1
D) 1,6 E) 1,8

9 Indica el módulo de:

$Z=\sqrt{\dfrac{(1+3i)(2+2i)}{(\sqrt{3}+\sqrt{7}\,i)(1-i)}}$

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 3
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{7}$

10 Indica el módulo de z, si:

$z=\dfrac{1}{1+i+\dfrac{1}{1-i+\dfrac{1}{1+i}}}$

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{7}}{9}$
D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ E) $\frac{3}{8}\sqrt{2}$

11 Halla: x

$\sqrt[3x]{2i-2}+\sqrt[2x]{2i}+\sqrt[x]{1+i}=96i$

A) $\frac{1}{10}$ B) 1 C) 2
D) $\frac{1}{5}$ E) 0

12 Calcula:

$M=\sqrt[3]{-2\sqrt{-2\sqrt[10]{i\sqrt[11]{1-\sqrt{2\sqrt[9]{i}}}}}}$

A) $-i$ B) i C) $1-i$
D) 1 E) $1+i$

13 Calcula:

$H=\dfrac{(1-i)^{502}+(1+i)^{501}}{(1+i)^{502}+(1-i)^{501}}$

A) $-i$ B) i C) $1+i$
D) $1+i$ E) 1

14 Indica el argumento del complejo:

$w=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2-3i}$

A) $\pi/6$ B) $\pi/2$ C) $\frac{2\pi}{3}$
D) $-\pi$ E) $\pi/4$



Claves

1. C	3. E	5. D	7. E	9. A	11. A	13. A
2. A	4. D	6. D	8. D	10. E	12. E	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Determina la verdad (V) o falsedad (F) según corresponda:

( ) $4 + 3i = 5e^{i\left(\frac{37\pi}{180}\right)}$

( ) $3 + 4i = 5e^{i\left(\frac{37\pi}{180}\right)}$

( ) $10(1 - i) = 10\sqrt{2}e^{i\left(\frac{36\pi}{43}\right)}$

( ) $1 + \cos 30° + i\operatorname{sen} 30° = 2e^{i\left(\frac{\pi}{12}\right)}\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

2. Indica lo correcto (C) o incorrecto (I) según corresponda:

( ) La representación en forma de un polinomio de primer grado considerando funciones trigonométricas de los ángulos múltiplos en "x" de $\operatorname{sen}^3 x$ es: $\frac{1}{4}(3\operatorname{sen}x + \operatorname{sen}3x)$

( ) Luego de desarrollar $i^{30\,214}$ obtenemos -1; $i = \sqrt{-1}$.

( ) El argumento del número complejo: $-\sqrt{3} - i$ es 210°.

Razonamiento y demostración

3. Si: α, β, δ son las raíces del polinomio complejo: $z^3 - z^2 + z - 1 = 0$

Entonces: $(\alpha + \beta + \delta)$ es:

A) -1 B) 0 C) 1
D) i E) $-i$

4. Si: $\sqrt[3]{4 - 2i} = a + bi$, a y b $\in \mathbb{R}$

Calcula:

$$M = \frac{b^4 - a^4}{2a - b}$$

A) -4 B) -2 C) 1
D) 2 E) 4

5. Halla el módulo de:

$$z = \sqrt[2+i]{e^{2-i}}$$

A) 1 B) $\sqrt[3]{e}$ C) $\sqrt[5]{e^3}$
D) $e\sqrt[3]{e}$ E) $e\sqrt[5]{e^3}$

6. Halla a y b, en:

$$\frac{3 + 2i}{2 + \frac{1}{i}} + \frac{5 - i}{2i} + 2i = a + bi$$

A) $\frac{3}{10}$ y $\frac{9}{10}$ B) $\frac{2}{9}$ y $\frac{9}{10}$ C) $-\frac{3}{10}$ y $\frac{9}{10}$
D) 1 y -3 E) 1 y 3

7. Calcula el módulo de z.

$$z = \left[\frac{(\cos 30° + i\operatorname{sen}30°)^4}{2(\cos 20° + i\operatorname{sen}20°)^6}\right]^2$$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
D) 2 E) 4

8. Calcula: $S = w + w^2 + w^3 + \ldots + w^{29}$

Donde:

$$w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

A) 1 B) -1 C) 2
D) 0 E) i

9. Simplifica:

$$E = \frac{1 + i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{1999}}{1 + i + i^2}$$

A) 1 B) 2 C) i
D) -1 E) 0

Resolución de problemas

10. Determina el número complejo que debe restarse a: $(5 + 3i)^4$ para que el resultado sea un complejo cuyo módulo sea 10 y su argumento 217°.

A) $-600 + 2i$ B) $-1 + 954i$ C) $2 + 3i$
D) $-652 + 954i$ E) $-650 + 10i$

11. Se da el siguiente número complejo:
$P = (M; N) \neq (0; 0)$, donde se cumple:
$(P^*)^2 = \overline{P}$. Expresa "P" en su forma polar, sabiendo que el argumento de P pertenece al segundo cuadrante (IIC).

A) $\cos 110° + i\operatorname{sen}110°$ B) $\cos 120° + i\operatorname{sen}120°$
C) $\cos 110° - i\operatorname{sen}120°$ D) $\cos 120° - i\operatorname{sen}120°$
E) $\cos 175° + i\operatorname{sen}175°$

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Marca lo que corresponda según la teoría:

I. Según la potenciación de los complejos, se establece:
$(|z|(\cos\alpha + i\operatorname{sen}\alpha))^n = |nz|(\cos^n\alpha + i\operatorname{sen}^n\alpha)$

V F

II. Las raíces $\sqrt[3]{27}$ son tres y tienen módulo 27.

V F

III. La raíz cuadrada de un número negativo no tiene solución.

V F

13. Según las proposiciones indicadas, verifica su veracidad (V) o falsedad (F) según corresponda:

( ) El opuesto de un número real (parte imaginaria cero) es el propio número real.

( ) La multiplicación de un número complejo por su opuesto es otro número complejo.

( ) La solución de la ecuación: $z^6 + 7 = 0$ son seis, y todas ellas tienen módulo 7.

Razonamiento y demostración

14. Calcula:

$$V = i^{9^{10^{11^{12}}}} + i^{13^{14^{15^{16}}}} + i^{17^{18^{19^{20}}}}$$

A) 0 B) 1 C) 3
D) 3i E) –3i

15. Sea a, b $\in \mathbb{R}$ y z un número complejo tal que cumple:

$$\frac{z+a}{z+b} = \frac{\overline{z}-b}{\overline{z}-a},\ z \neq -b;\ \overline{z} \neq a$$

Además a $\neq$ b, reduce:

$$E = \frac{a^5 - b^5 - 5a^2b^2(a-b)}{3a^4b}$$

A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{8}{3}$ E) $-\frac{11}{3}$

16. Si: $\sqrt[3]{a+bi} = m + ni$; $\{a; b; m; n\} \subset \mathbb{R}$

además: $i = \sqrt{-1}$

Calcula:

$$F = \sqrt{\frac{(m^3 - a)(b + n^3)}{m^3n^3}}$$

A) 3i B) 1 C) –3
D) –3i E) 3

17. Calcula n si:

$$\left[(1+i)^7 + (1-i)^7\right]^n = 4096$$

A) 8 B) 4 C) 1
D) 2 E) 3

18. Si: $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Calcula: $z^{-3} + z^3$

A) $2e^{\pi i}$ B) $2e^{2\pi i}$ C) $\sqrt{2}\,e^{2\pi i}$
D) $-1 + \sqrt{3}\,i$ E) $e^{\frac{2\pi}{3}i}$

Resolución de problemas

19. Determina aquel número n entero positivo múltiplo de cuatro que verifica la igualdad:

$$i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \ldots + ni^n = 64 - 64i$$

A) 64 B) 128 C) 32
D) 16 E) 256

20. ¿Qué valor debe asumir n (n $\leq$ 0), tal que exista un único complejo z, que verifique:
$|z|^2 - 2iz + 2n(1+i) = 0$?

A) $\frac{-\sqrt{2}+1}{2}$ B) $-\sqrt{2}+1$ C) $\sqrt{2}-2$
D) $-\sqrt{2}-1$ E) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Busca en la siguiente tabla los números complejos necesarios para completar las operaciones indicadas de tal manera que se cumpla la igualdad.

$2\sqrt{17}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{4}\right)}$	$\sqrt{2}\,e^{i\text{Arctan}(1)}$
$3\sqrt{10}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{3}\right)}$	$\sqrt{58}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{3}{7}\right)}$
$\sqrt{145}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{9}{8}\right)}$	$e^{i\text{Arctan}(0)}$
$\sqrt{65}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{4}{7}\right)}$	$\sqrt{82}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{9}\right)}$
$0 + 6i$	$0 + 7i$
$5\sqrt{2}\,e^{i\text{Arctan}(1)}$	$\sqrt{13}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{3}{2}\right)}$
$3\sqrt{5}\,e^{i\text{Arctan}(2)}$	$9e^{i\text{Arctan}(0)}$
$3\sqrt{2}\,e^{i\text{Arctan}(1)}$	$\sqrt{65}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{8}\right)}$

$\sqrt{26}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{5}\right)} + \square + \square = 8 + 11i$

$\sqrt{17}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{4}\right)} + \square + \square = 21 + 6i$

$\square + \square + i = 9 + 10i$

$\square + \sqrt{29}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{2}{5}\right)} + \square = 14 + 8i$

$\square + 5e^{i\text{Arctan}(0)} + \square = 9 + 7i$

$\square + \square + \sqrt{10}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{1}{3}\right)} = 10 + 9i$

$\square + \square + 7e^{i\text{Arctan}(0)} = 23 + 4i$

$\square + 3\sqrt{13}\,e^{i\text{Arctan}\left(\frac{2}{3}\right)} + \square = 24 + 11i$

22. El manuscrito misterioso.

A continuación se tiene un concepto en clave. Descífralo. Ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto: 1 = A; 2 = B, etc. no considere (Ñ, LL, CH).

[19][ ][ ] : $z = a + bi$ [ ][14] [14][ ][13][5][ ][ ]

[ ][15][ ][16][12][ ][10][ ] [4][ ][6][ ][18][5][ ][20][ ] [ ][5]

[3][ ][18][ ] [25] [ ][21][25][ ]

[ ][5][ ][18][ ][19][ ][ ][20][ ][ ][9][ ][14] [ ][14]

[ ][15][ ][13][ ] [ ][15][12][ ][18] [ ][19] $z = r\text{cis}\theta$.

[1] [12][ ] [ ][24][ ][18][ ][19][ ][15][ ] : $z = re^{i\theta}$

[19][ ] [12][ ] [ ][15][14][ ][ ][5] [3][ ][13][ ]

[ ][15][ ][13][ ] [ ][24][ ][15][14][ ][14][ ][ ][ ][12]

[ ][5] [26] ; [19][ ] [ ][ ][13][16][ ][18][ ][13][ ][19]

[12][ ] [6][ ][18][ ][1] [16][ ][12][ ][18] [ ][ ][14]

[12][ ] [ ][15][ ][13][ ] [ ][24][ ][15][14][ ][14][ ][9][ ][12]

[4][ ] [ ][14] [14][ ][13][ ][18][ ]

[ ][ ][13][ ][ ][5][10][ ] [19][ ] [ ][2][20][ ][ ][14][ ]

[12][ ] [19][ ][7][ ][ ][5][14][ ][ ]

[18][ ][ ][1][ ][9][15][ ] : $e^{i\theta} = \text{cis}\theta$

[15] [ ][ ][13][ ][9][ ][14]

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\text{sen}\theta$

[1] [5][ ][ ][1] [ ][ ][ ][18][ ][19][ ][ ][14]

[19][ ] [12][ ] [ ][15][ ][15][ ][5] [3][ ][ ][15]

[ ][15][ ][13][ ][12][ ] [4][ ] [ ][21][ ][ ][18]

Razonamiento y demostración

23. Reduce:

$$\left(\left[\left(i^{1999}+i^{2000}+i^{2001}+i^{2002}+i^{2003}\right)^{i}\right]^{2}\right)^{i^3}$$

A) 0 B) i C) –i
D) –1 E) 1

24. Calcula n si:

$$\left[(1+i)^{\frac{1}{n}}+2(-2+2i)^{\frac{1}{3n}}+3(-4)^{\frac{1}{4n}}\right]^{n^2}=-6^{16}\,.\,4$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

25. Calcula n en:

$$(1+i)^{(1-i)^{n^n}}=-0{,}25$$

A) 6 B) 1/4 C) 1
D) 2 E) 3

26. Sean: $z_1; z_2 \in \mathbb{C}$. Reduce:

$$E=\frac{|z_1+z_2|^2-|z_1-z_2|^2}{\text{Re}(\bar{z}_1\,.\,z_2)+\text{Re}(z_1\,.\,\bar{z}_2)}$$

A) 1 B) 1/2 C) 2
D) 3 E) 1/3

27. ¿Cuántos valores de dos cifras adopta n, para que se verifique la igualdad:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)^n = i\ ?$$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

Resolución de problemas

28. Sea el siguiente polinomio:

$P(z) = a_0z^n + a_1z^{n-1} + a_2z^{n-2} + ... + a_n;\ a_0 \neq (0; 0)$

Donde: $\{a_0; a_1; a_2; ...; a_n\} \subset \mathbb{C}$ y $a_k = i^{k+1}$, $k \geq 0$

si se cumple que $P(i) = mi$; $m \in \mathbb{Z}^+$

Halla: $P(i^{m+2})$

A) $-i$ B) i C) i^2
D) $-i^2$ E) $i^4 - 1$

29. Se tiene α y β dos números imaginarios donde $a = \text{Re}(\alpha)$; $b = \text{Re}(\beta)$ $(a \neq b)$ si se cumple que $\alpha + \beta$ es real y $\alpha\beta$ es imaginario puro, halla el máximo valor de: $\dfrac{a^3-b^3}{a^2b-ab^2}$

A) 3 B) 0 C) 1
D) –1 E) 4

Claves

NIVEL 1	7. A	13.	20. D	26. C
1.	8. B	14. D	NIVEL 3	27. A
2.	9. E	15. D	21.	28. B
3. C	10. D	16. E	22.	29. D
4. B	11. B	17. E	23. B	
5. E	NIVEL 2	18. B	24. C	
6. C	12.	19. B	25. D	

MARATÓN Matemática

Indica el número de factores primos de:

$$y^5 - 3y^4 - 23y^3 + 51y^2 + 94y - 120$$

Resolución:

PC = ± 1; ± 2; ± 3; ± 4; ...

Se anula para 1:

	1	−3	−23	51	94	−120
1		1	−2	−25	26	120
	1	−2	−25	26	120	0

$\Rightarrow (y-1)(y^4 - 2y^3 - 25y^2 + 26y + 120)$

$y^2 \quad -y \quad -20$

$y^2 \quad -y \quad -6$

$-26y^2$, y^2, $25y^2$

$\Rightarrow (y-1)(y^2 - y - 20)(y^2 - y - 6)$

$y \quad -5 \quad y \quad -3$

$y \quad 4 \quad y \quad 2$

$\Rightarrow (y-1)(y-5)(y+4)(y-3)(y+2)$

$\therefore$ Posee 5 factores primos.

1. Determina el número de términos en el desarrollo de: $\frac{x^n - y^m}{x^2 - y}$ si uno de sus términos es $x^{10}y^2$.

A) 7 B) 8 C) 10
D) 5 E) 13

2. Dados dos polinomios:

$P(x) = Ax^2 - 3x + B - 1$

$M(x) = Ax^2 + 4x - B - 1$

Si el MCD de P(x) y M(x) es (x + 2), determina A^B.

A) 2 B) 1/3 C) 1/8
D) 1/2 E) −1/2

3. Determina:

$$P(x) = \frac{M(x).N(x)}{MCM(M;N)}$$

Si: $M(x) = x^3 + (a+1)x^2 + ax$; $N(x) = x^3 + x^2$

A) x B) $x^2 + x$ C) $x + 1$
D) $x^3 + x$ E) $x + a$

4. Simplifica:

$$\sqrt{7 - \sqrt{21 + \sqrt{80}}}$$

A) $\sqrt{5} - 1$ B) $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ C) $1 + \sqrt{5}$
D) $\sqrt{10} - \sqrt{5}$ E) $\sqrt{3} + 1$

5. Encuentra el valor de: $(z)^{8k+4}$

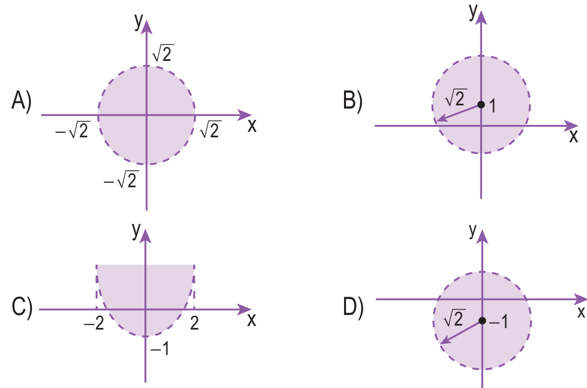
Si: $z = \text{cis}45°$; $k \in \mathbb{Z}^+ \wedge z \in \mathbb{C}$

A) 1 B) −1 C) i
D) 2i E) −i

6. Sea el complejo $z = \frac{-\sqrt{3} + i}{2}$; indica a qué es igual z^{12}.

A) $2^{12}(1 - i\sqrt{3})$ B) $2^{11}(i - \sqrt{3})$ C) $2^{12}(1 + i\sqrt{3})$
D) 2^{12} E) $2^{12}(1 + i)$

7. Determina la gráfica que le corresponde a: $|z + i| < \sqrt{2}$ (|z| módulo de z).



8. Simplifica la siguiente expresión:

$$H = \frac{(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + ... + x) + x}{x^{n-1}}$$

A) $x^n - 1$ B) x^{n-1} C) x D) x^2 E) x^{2n-1}

9. Halla el MCD de:

$x^4 + x^3 + x^2 - x$; $5x^3 - 5x^2 + 2x - 2$ y $2x^3 + 2x^2 - 2x + 2$

A) $x + 1$ B) $5x^2 + 2$ C) $(x^2 - 1)(5x^2 + 2)$
D) $x^2 - 1$ E) $x - 1$

10. Encuentra el término racional de: $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^5$

A) $5x^2$ B) $10x^2$ C) $7x$ D) $5x^2 + 1$ E) $x - 1$

11. Encuentra el factor primo cuadrático de: $x^4 - 4x^3 + 8x + 3$

A) $x^2 - x + 1$ B) $2x^2 - 2x + 1$ C) $x^2 - 5x + 1$
D) $x^2 - 2x - 1$ E) $x^2 - 2x - 3$

12. Encuentra el denominador luego de racionalizar: $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}}$

A) 2x B) 2y C) x − y D) x − 1 E) y − 1

13. Si el residuo de: $\frac{(x+1)^{215} - 2x + 3}{x^2 + 2x + 2}$ es de la forma ax + b; determina a − b.

A) 1 B) −1 C) −5 D) 3 E) −2

Unidad 3




RECUERDA

René Descartes

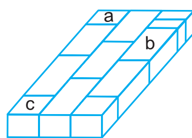
En 1635 el matemático y filósofo francés René Descartes publicó un libro sobre la teoría de ecuaciones, incluyendo su regla de los signos para saber el número de raíces positivas y negativas de una ecuación. Unas cuantas décadas más tarde, el físico y matemático inglés Isaac Newton descubrió un método iterativo para encontrar las raíces de ecuaciones. Hoy se denomina método Newton - Raphson. Tuvo la inspiración para sus estudios de Matemáticas en tres sueños, en la noche del 10 de noviembre de 1619. Creó una nueva rama de las Matemáticas, la geometría analítica. Introdujo el sistema de referencia que actualmente conocemos como coordenadas cartesianas. Este nombre deriva de la forma latina de su apellido: Cartesius. Fue el pensador más capaz de su época, pero en el fondo no era realmente un matemático.

Reflexiona

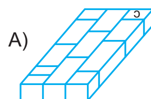
- *Nadie puede hacerte enfadar a menos que tú lo permitas. ¡Mantén en todo momento la tranquilidad y ello te dará dividendos de paz interior!*
- *Es difícil recordar, en el acaloramiento de una discusión, que hacen falta dos para reñir. A lo mejor te sirve de algo recordar que nadie puede estar en desacuerdo contigo mientras tú estes de acuerdo con él.*
- *Debes tener cuidado, no solo con lo que dices, sino también con lo que escuchas. Esta debería ser razón suficiente para evitar a toda costa los chismes, calumnias y habladurías a lo que, en ocasiones, prestamos atención.*

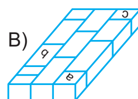
¡Razona...!

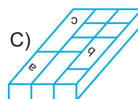
De acuerdo a la figura que se muestra:

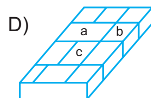


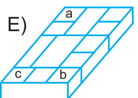
¿Cuál de las siguientes alternativas es igual, pero en distinta posición?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: ECUACIONES DE PRIMER GRADO PLANTEO DE ECUACIONES

1 Resuelve:

$$\frac{\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}}=\frac{5}{3}$$

A) $\frac{4}{65}$ B) $\frac{21}{8}$ C) $\frac{65}{63}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{63}{65}$

2 Resuelve:

$(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2+(x+4)^2$

A) $\frac{-7}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{-2}{7}$ E) $\frac{-5}{2}$

3 Resuelve:

$(x+1)^2+(x+2)^2=(x-3)^2+x^2+6$

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

4 Resuelve:

$(x+4)^2+5=(x-2)^2+30$

A) $\frac{13}{12}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

5 Resuelve:

$(x+3)(x-1)+(x+1)^2=(2x+1)(x-2)$

A) 2 B) 3 C) –3

D) 0 E) 4

6 Los capitales de dos individuos son **x** e **y** soles. El primero ahorra diariamente **a** soles, y el segundo, **b** soles. ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que el capital del primero sea **n** veces el del segundo?

A) $\frac{ny-x}{b}$ B) $\frac{ny-x}{a-nb}$ C) $\frac{nx+y}{a+nb}$

D) $\frac{nx+y}{na+b}$ E) $\frac{n(y+x)}{na+b}$

7 Resuelve:

$$\frac{x-15}{2}+\frac{x-10}{3}+\frac{x-6}{5}=20$$

A) 10 B) 21 C) 25
D) 11 E) 31

8 Antonio le dijo a Carlos: "Cuando tenías mi edad yo tenía la edad que tiene Luis, quien tiene dos años; además, nuestras edades están en la relación de 7 a 13". Halla la edad de Antonio.

A) 14 B) 18 C) 15
D) 13 E) 17

9 En un campeonato de tiro, un aspirante gana dos puntos por cada disparo acertado y pierde medio punto por cada desacierto. Si al hacer 120 disparos obtuvo 130 puntos, el número de tiros acertados fue:

A) 76 B) 78 C) 72
D) 74 E) 70

10 Calcula $\frac{(a+b-x)^2}{c}$ en la ecuación:

$$\frac{x-a}{b+c}+\frac{x-b}{a+c}+\frac{x-c}{a+b}=3$$

Si a, b, c $\in \mathbb{R}$, tal que: $a=b=c$

A) abc B) 1 C) bc
D) ab E) c

11 Una liebre perseguida por un galgo se encuentra a 80 saltos delante del galgo, la liebre da 4 saltos mientras que el galgo da 3. Si 5 saltos del galgo equivalen a 7 saltos de la liebre. Halla el número de saltos que da la liebre antes de ser alcanzada por el galgo.

A) 1600 B) 1700 C) 1800
D) 1900 E) 2000

12 Luego de resolver:

$$\frac{\sqrt{x+1}+2\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-2\sqrt{x}}=3$$

Indica el valor de: $\sqrt{x^{-1}+1}$

A) 4 B) 3,5 C) 3
D) 2,5 E) 2

13 Resuelve:

$$\frac{a(a-x)}{b}-\frac{b(b+x)}{a}=x$$

A) a + b B) a – b C) a
D) b E) ab

14 Halla el valor de x en:

$$\frac{x-a}{ab}-\frac{x-b}{ac}=\frac{x-c}{bc}$$

A) $\frac{a^2}{a+b-c}$ B) $\frac{b^2}{a+b-c}$
C) $\frac{c^2}{c+a-b}$ D) $\frac{b^2}{b+c-a}$
E) $\frac{abc}{a+b+c}$



Claves

1. C	3. B	5. D	7. E	9. A	11. A	13. B
2. E	4. A	6. B	8. A	10. E	12. A	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Responde según corresponda:

A) ¿Cómo evitar que se introduzcan soluciones extrañas cuando a ambos miembros de una ecuación se elevan a un mismo exponente?

B) ¿Cómo evitar que se pierdan soluciones cuando de ambos miembros de una ecuación se simplifican factores que contengan a la incógnita?

C) ¿Cómo evitar que se introduzcan soluciones extrañas cuando a ambos miembros de una ecuación se multiplican por una expresión que contenga a la incógnita?

2. De la siguiente ecuación:

$5x + 10 + n = 0$, verifica la verdad o falsedad:

( ) Su raíz es nula, si $n = -10$.

( ) Su solución no es única, si $n = -10$.

( ) Tiene una única solución, si $n \neq 0$.

A) VFF B) FVF C) FFF
D) VVF E) VFV

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$$\frac{x-4}{5} + \frac{x+2}{4} + \frac{x-3}{2} = \frac{1}{10}$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

4. Resuelve:

$$\frac{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a}} = a$$

A) 2 B) 3a C) $\frac{a^2+1}{2}$
D) $\frac{1-a^2}{2}$ E) $1-a^2$

5. Resuelve:

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{4} = \frac{x-4}{5} + \frac{x-5}{6}$$

A) -2 B) 2 C) $\frac{19}{57}$
D) $\frac{19}{37}$ E) $\frac{17}{43}$

6. Resuelve:

$$\frac{2x-1}{6} + \frac{2x+1}{4} = \frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{5}$$

A) $-\frac{13}{18}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) $\frac{2}{7}$
D) $\frac{1}{17}$ E) $\frac{1}{16}$

7. Resuelve la ecuación en x.

$$\frac{px}{qb} - \frac{qx}{pa} + \frac{q}{p} = \frac{qx}{pb} - \frac{px}{qa} + \frac{p}{q}; \quad p \neq q$$

Indica la forma del número $\frac{ab}{x}$; para a y b valores naturales consecutivos.

A) Par B) Impar C) Negativo
D) Fraccionario E) Cuadrado perfecto

8. Resuelve la ecuación:

$$\frac{x+1}{x+a+b} + \frac{a-b+1}{x+a-b} = 1; \; b \neq 1.$$

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{b+1}$ C) $\frac{a}{b-1}$
D) $\frac{a+1}{a}$ E) $\frac{a-1}{b}$

Resolución de problemas

9. Al comprar un pantalón, una camisa y un par de zapatos he pagado por todo S/.400. Si el pantalón cuesta el triple de lo que cuesta la camisa y los zapatos cuestan S/.50 más que el pantalón, calcula el precio de los zapatos.

A) S/.50 B) S/.200 C) S/.100
D) S/.150 E) S/.250

10. Juancito tendrá x años de edad de aquí a 5 años. ¿Cuál fue el doble de su edad hace 5 años?

A) 2x B) $2x-5$ C) $2(x-10)$
D) $x-5$ E) $2x+5$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Relaciona adecuadamente:

I. $0x + 0 = 0$
II. $10\,200x + 0 = 0$
III. $0x - 30\,001 = 0$

a) La ecuación es determinada y la raíz es nula.
b) La ecuación es indeterminada.
c) La ecuación es incompatible o absurda.

A) Ic IIb IIIa B) Ia IIb IIIc C) Ia IIc IIIb
D) Ib IIa IIIc E) Ib IIc IIIa

12. Determina las soluciones de las ecuaciones:

I. $\frac{x}{a} - \frac{x}{a+b} = \frac{1}{a+b}$

II. $\frac{a}{b}\left(\frac{x-a}{x}\right) + \frac{b}{a}\left(\frac{x-b}{x}\right) = 1$

III. $\frac{(a^2-ab)x}{a^2-ab+b^2} - \frac{ab^3+a^2b^2}{a^3+b^3} = x$

IV. $(a-b)^2 + \frac{ab(a+b)}{x} = \frac{a^3+b^3}{a+b}$

V. $(x+a)(x-b) - (x+b)(x-2a) = b(a-2) + 3a$

¿Qué ecuaciones tienen las mismas soluciones?

A) I y II B) III y IV C) II y IV
D) I y V E) III y V

Razonamiento y demostración

13. Resuelve:

$$\frac{\sqrt{5px+p}+\sqrt{6px}}{\sqrt{5px+p}-\sqrt{6px}}=4$$

A) 1 B) $\frac{5}{35}$ C) $\frac{6}{35}$
D) $\frac{3}{35}$ E) $\frac{38}{35}$

14. Resuelve:

$$\frac{a^2+x}{b^2-x}-\frac{a^2-x}{b^2+x}=\frac{4abx+2a^2-2b^2}{b^4-x^2}$$

Sabiendo que $a \neq b$.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{b}{a}$ C) $\frac{a+b}{a-b}$
D) $\frac{a-b}{a+b}$ E) $a+b$

15. Determina el valor de x:

$$\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=1$$

A) Incompatible B) –1 C) –2
D) Indeterminada E) 5/4

16. Resuelve:

$$\frac{a+x}{1+a+ab}+\frac{b+x}{1+b+ab}=\frac{x-a}{1-a+ab}+\frac{x-b}{1-b+ab}$$

A) $\frac{1}{ab}$ B) $1+ab$ C) $1-ab$
D) $\frac{ab}{1+ab}$ E) ab

17. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\frac{x-33}{49}+\frac{x}{1089}=\frac{49+33x}{7623}$$

A) {33} B) {7} C) {–7}
D) {25} E) {40}

18. En la siguiente ecuación:

$(x+1)+(x+2)+(x+3)+...+(x+n)=n^2$
donde: $n \in \mathbb{Z} / n \geq 2000$, el valor de x es:

A) $\frac{(2n+1)}{2}$ B) $\frac{(n+1)}{2}$ C) $\frac{3n}{2}$
D) $\frac{n}{2}$ E) $\frac{(n-1)}{2}$

19. Resuelve:

$$x-4+2\sqrt{5-x}=8-x+\sqrt{20-4x}$$

A) 6 B) –6 C) $6 \wedge -6$
D) Indeterminada E) Incompatible

Resolución de problemas

20. En un salón de clases hay 20 alumnos y cada uno iba a recibir dos regalos, pero antes de la repartición se perdieron algunos regalos. El profesor mandó inmediatamente que traigan tantos regalos como regalos habían quedado y dos regalos más para reponer lo perdido. ¿Cuántos regalos se perdieron?

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

21. Si al doble de la edad de Juan hace 10 años, le aumento el triple de la edad que tendrá dentro de 15 años, resulta 110 años. ¿Cuál es la edad de Juan?

A) 10 B) 13 C) 17
D) 19 E) 23

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Analiza la siguiente solución

Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libuna de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándolas el siguiente problema.
¿Cuántas manzanas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y un manzano más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y un manzano más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres manzanos más, si con esto el canasto se vació.
Determina el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I. La ecuación que representa la situación es:

$$M=\frac{M+2}{2}+\frac{M+2}{4}+\frac{M+22}{2} \quad (\ \ )$$

Donde:
M: el número de manzanas que contenía el canasto.

II. El canasto contenía 30 manzanas. ( )
III. El primer y tercer pretendiente tienen en total 40 manzanas. ( )
IV. Al segundo pretendiente le corresponde 8 manzanas. ( )

23. Busque en esta tabla los binarios necesarios para completar las operaciones con los otros binarios de abajo de tal manera que se forme una ecuación y que tenga como solución o raíz las indicadas a su derecha.

x + 5	x – 1	4x – 9	2x + 3
5x + 7	2	3x + 6	x – 9
5x	4x – 5	10x – 1	5x
3x + 1	6	2x + 3	x + 9

$x + 5 + \square + \square = 16; \Rightarrow x = 1$

$x + 4 + \square + \square = 18; \Rightarrow x = 3$

$\square + \square + x = 51; \Rightarrow x = 7$

$\square + 2x + 5 + \square = 81; \Rightarrow x = 10$

$\square + 5 + \square = 41; \Rightarrow x = 9$

$\square + \square + x + 3 = 12; \Rightarrow x = 1$

$\square + \square + 7 = 22; \Rightarrow x = 7$

$\square + 6x + 9 + \square = 54; \Rightarrow x = 3$

Razonamiento y demostración

24. Resuelve:

$$x - \sqrt{x^2 - 8} = 4$$

A) Incompatible B) 0 C) –3
D) 3 E) Indeterminada

25. Resuelve la ecuación en x.

$$\frac{mx - a}{b + c} + \frac{mx - b}{c + a} + \frac{mx - c}{a + b} = 3$$

Si: $m = \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$; $a > 0, b > 0, c > 0$

A) {1} B) {a + b + c} C) {a, b, c}
D) {2} E) {2abc}

26. Si la siguiente ecuación:

$mx + (3 - n)x = 5x + 2m - 10 + n$, tiene infinitas soluciones. Halla el valor de (m . n)

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

27. Halla el conjunto solución de la ecuación:

$$\left(\frac{a + b + c}{x - d}\right)^{-1} + \left(\frac{b + c + d}{x - a}\right)^{-1} + \left(\frac{c + d + a}{x - b}\right)^{-1} + \left(\frac{d + a + b}{x - c}\right)^{-1} = 4$$

Además: $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}^+$

A) a + b + c + d B) a + b + c – d C) a + b – c – d
D) $\frac{a + b}{c + d}$ E) a + b – c + d

28. Resuelve:

$$\frac{(a + x)(a - b)}{a + b} + \frac{(a - x)(a + b)}{a - b} = \frac{(x - a)(a^2 - 6ab + b^2)}{a^2 - b^2}$$

A) 2a B) 3a C) 4a
D) 5a E) 6a

29. Resuelve:

$$\frac{\sqrt[n]{x + a} + \sqrt[n]{x - a}}{\sqrt[n]{x + a} - \sqrt[n]{x - a}} = \frac{a + 1}{a - 1}$$

A) $x = \frac{a(a^n + 1)}{a^n + 1}$ B) $x = \frac{a(a^n + 1)}{a^n - 1}$

C) $x = \frac{a(a^n - 1)}{a^n - 1}$ D) $x = \frac{(a^n + 1)}{a^n - 1}$

E) $x = \frac{a(a^n + 1)}{a - 1}$

30. Resuelve e indica la menor solución:

$$\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x + 4}{x - 4} = \frac{x + 2}{x - 2} + \frac{x + 3}{x - 3}$$

A) 1,5 B) 2,5 C) 1,25
D) 0 E) 5

Resolución de problemas

31. En una bolsa hay n bolitas, Mónica retira un tercio de ellas, Pedro agrega m y Antonella finalmente, saca la mitad. ¿Cuántas bolitas quedan?

A) $\frac{2n + 3m}{6}$ B) 2n + 3m C) $\frac{3n + 2m}{6}$

D) (3m + 2n)6 E) $\frac{3n + m}{3}$

32. La señora Milagros tiene 36 años y su hija tiene 8 años. ¿Dentro de cuántos años la señora Milagros será exactamente 2 veces mayor que su hija?

A) 4 años B) 10 años C) 6 años
D) 5 años E) 15 años



Claves

NIVEL 1	7. B	13. D	20. D	26. A
1.	8. C	14. C	21. C	27. A
2. E	9. B	15. E	NIVEL 3	28. B
3. A	10. C	16. B	22.	29. B
4. C	NIVEL 2	17. E	23.	30. D
5. E	11. D	18. E	24. A	31. A
6. A	12. C	19. E	25.	32. C

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: MATRICES Y DETERMINANTES

1 Calcula: Traz(AB)

si: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

A) 36 B) 38 C) 41
D) 24 E) 25

2 Halla el determinante de:

$A = \begin{vmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

A) 95 B) 80 C) 70
D) 75 E) 98

3 Halla la matriz inversa de:

$J = \begin{vmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 7 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -3 & 4 & 1 \\ 7 & 5 & 8 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 3/5 & 5/8 & 1/104 \\ -9/104 & 2 & 3 \\ 29/52 & 7/5 & 5/26 \end{vmatrix}$

C) $\begin{vmatrix} -1/8 & 1/8 & 1/4 \\ 5/26 & 1/26 & -6/13 \\ -9/104 & -7/104 & 29/52 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 7/5 & 4/7 & 1 \\ 1/2 & 6/105 & 3 \\ 2 & -9/104 & -7/104 \end{vmatrix}$

E) $\begin{vmatrix} 1 & 1/9 & 1/7 \\ 1/7 & 1/5 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/3 \end{vmatrix}$

4 Sea:

$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Halla: $C^3 - 2C$

A) $\begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 18 & 17 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 17 & 21 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 15 & 27 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 15 & 9 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 13 & 7 \end{pmatrix}$

5 Calcula: $(A + B)(A - B)$

si: $A^2 - B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \wedge BA = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

A) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

6 Halla la matriz adjunta de A.

$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

7 Halla la matriz de cofactores y da como respuesta la suma de su diagonal principal.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

A) –18 B) 22 C) 36
D) –17 E) 18

8 Halla el determinante:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a & b & c \\ 0 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & a \\ 0 & 0 & 0 & 3 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

A) 45 B) 45a C) 0
D) 15a E) 15

9 Sea $A = [a_{ij}]_{3\times 3} \,/\, |xI - A| = x^3 - 6x^2 + 3x + 2$

Calcula el término lineal del polinomio:

$P(\lambda) = |\lambda I - A^{-1}|$

A) -6λ B) 2λ C) 3λ
D) $-\lambda$ E) -3λ

10 Si:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 8$$

Calcula:

$$R = 6\begin{vmatrix} b & a & c \\ e & d & f \\ h & g & i \end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

A) 24 B) –24 C) –100
D) –120 E) –150

11 Siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Halla: 3A – 12I

A) $\begin{pmatrix} 12 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 0 & 15 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

12 Dada la matriz:

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcula la suma de los elementos de X^n.

A) $2 \cdot 3^{n-1}$ B) $2 \cdot 3^n$ C) $5 \cdot 2^n$
D) 2^n E) $5 \cdot 3^n$

13 Halla el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 4 \\ 1 & 27 & 3 & 9 \\ 1 & 125 & 5 & 25 \\ 1 & 343 & 7 & 49 \end{vmatrix}$$

A) 120 B) 160 C) 180
D) 240 E) 264

14 Si $A = (a_{ij})_{n\times n}$ es una matriz definida por:

entonces el valor del Det(A) es:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a & b & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a & b \\ b & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a \end{pmatrix}$$

A) $a^n + b^n$ B) $a^n + (-1)^{n+1}b^n$ C) $a^n + b^{n-1}$
D) $2a^n$ E) b^n



Claves

1. C	3. C	5. A	7. A	9. C	11. B	13. D
2. A	4. B	6. B	8. B	10. D	12. B	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Sea la matriz $A = (a_{ij})_{3\times2}$ definida de la siguiente forma:

$$a_{ij} = \begin{cases} i - j;\ i < j \\ i \times j;\ i = j \\ i + j;\ i > j \end{cases}$$

Determina la traza de (AA^t).

A) –3 B) 0 C) 12
D) 24 E) 68

2. Encuentra las siguientes palabras en el recuadro:

A	I	D	E	N	T	P	J	D	A	D	E	Y	T	F
X	O	W	U	T	I	N	V	O	L	U	T	I	V	A
A	T	N	I	L	P	O	T	E	X	H	N	J	K	N
C	P	X	S	A	B	W	E	S	M	R	E	W	M	X
I	A	C	I	R	T	E	M	I	S	I	T	N	A	S
R	W	U	D	O	Z	S	T	S	Q	Y	O	I	T	I
T	P	W	E	I	D	E	E	N	T	I	P	N	R	M
E	A	T	N	U	J	D	A	U	Y	R	L	V	I	E
M	F	V	T	D	Z	L	R	S	P	H	I	O	Z	K
I	H	M	I	Q	E	M	Z	D	R	S	N	L	X	N
S	C	N	D	K	I	A	G	L	N	E	N	U	H	T
C	Z	W	A	J	G	T	K	X	O	Z	V	A	G	R
J	P	B	D	Y	L	R	I	N	V	O	L	N	R	I
Z	A	S	I	M	E	W	T	R	Q	I	C	A	I	T
I	E	T	N	E	T	O	P	M	E	D	I	F	U	A

ANTISIMÉTRICA IDEMPOTENTE
TRANSPUESTA NILPOTENTE
INVOLUTIVA SIMÉTRICA
ADJUNTA IDENTIDAD
INVERSA MATRIZ

Razonamiento y demostración

3. Dada la matriz C, calcula: $C^3 - 6C$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A) C B) 2C C) 2I
D) 3I E) 4I

4. Si:

$$X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix};\ X - Y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

halla: X

A) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

5. Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, entonces la suma de los elementos de la matriz A^n ($n \in \mathbb{N}$) es:

A) $3^n + 2^n$ B) 2×3^n C) $n^2 + 2n$
D) $5^n + 1$ E) $2n$

6. Si: $A = (a_{ij})_{3\times4} / a_{ij} = \begin{cases} 3;\ \ i = j \\ 2;\ \ i \neq j \end{cases}$

$B = (b_{ij})_{4\times2} / b_{ij} = \begin{cases} i + j;\ \ \ i = j \\ 2i - j;\ \ i \neq j \end{cases}$

siendo: $C = A . B$

Determina:

$$N = \frac{c_{32} - c_{11}}{c_{22} - c_{31}}$$

A) 4/7 B) 6/7 C) 8/7
D) 9/7 E) 10/7

7. Calcula:

$$S = \sqrt{\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ b^2 & a^2 & ab \\ ab & b^2 & a^2 \end{vmatrix}}$$

A) $a^3 + b^3$ B) $(ab)^3$ C) $(a + b)^2$
D) $|a^3 - b^3|$ E) $(a - b)^2$

8. Resuelve:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & x^2 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

Resolución de problemas

9. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Tales que:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces el valor de $a + b + c + d$ es:

A) –1 B) 0 C) –2
D) 1 E) 2

10. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Entonces la suma de los elementos de la diagonal de A^{10} es:

A) 40 230 B) 6^6 C) 60 014
D) 60 074 E) 10^6

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Dada la matriz: $A = [a_{ij}]$ de orden 3×3, donde:

$$a_{ij} = \begin{cases} (i+j)x \text{ ; si: } i+j < 4 \\ i + xj \text{ ; si: } i+j \geq 4 \end{cases}$$

Halla el producto de las raíces de la ecuación $|A| = 0$.

A) –1 B) 1 C) 9/4
D) –9/4 E) 3/2

12. Indica la secuencia correcta después de determinar si las proposiciones relacionadas a matrices son verdaderas (V) o falsas (F):

I. Si A^2 es simétrica, entonces A es simétrica.

II. Si A + B y B son simétricas, entonces A es simétrica.

III. Si A y B son matrices del mismo orden, ambas simétricas, entonces AB es simétrica.

A) FFF B) FFV C) FVF
D) VFF E) VVF

Razonamiento y demostración

13. Si X es una matriz que satisface la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Determina la suma de los elementos de la matriz X, si: $a^2 + b^2 + 2 = 2(a+b)$

A) 3 B) 5 C) 8
D) 10 E) 6

14. Halla el valor de:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & & & & \vdots & \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 97 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 98 \end{vmatrix}$$

A) 92! B) 97! C) 98!
D) 99! E) 102!

15. Sea $A = [a_{ij}]_{n \times n} / a_{23} = 1$

Si además: $A^2 + A = \mathbb{0}$
Calcula: $|A| \,.\, |A^t + I|$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 2n + 1 E) n

16. Halla: $|A^{-1}|^2$

Si:

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{81}$
D) $\frac{1}{243}$ E) $\frac{1}{4}$

17. Calcula: $Det(P^{-1}AP + 2I)$

Si: $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -3 & 3 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$; $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

A) 8 B) 28 C) 15
D) 0 E) 18

18. Halla el valor de a en la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ a^3 & 1 & a & a^2 \\ x & a^3 & 1 & a \\ y & z & a^3 & 1 \end{vmatrix} = -3375$$

A) 1 B) 2 C) –3
D) –2 E) B ∨ D

Resolución de problemas

19. Sea la matriz $\begin{bmatrix} a & 0 \\ b & a \end{bmatrix}$, donde $a \neq 0$, $b \in \mathbb{R}$.

Entonces los valores x_1; x_2; x_3; x_4 tales que:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Son (en ese orden):

A) $\frac{1}{a}; -\frac{b}{a^2}; 0; \frac{1}{a}$

B) $\frac{1}{a}; \frac{b}{a^2}; 0; \frac{1}{a}$

C) $-\frac{1}{a}; \frac{b}{a^2}; 0; -\frac{1}{a}$

D) $\frac{1}{a}; 0; -\frac{b}{a^2}; \frac{1}{a}$

E) $\frac{1}{a}; 0; \frac{b}{a^2}; \frac{1}{a}$

20. Si:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

calcula: $S = A^{42} + A^{55}$

A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica el valor de verdad en las siguientes proposiciones, respecto de $A = [a_{ij}]_{n \times n}$

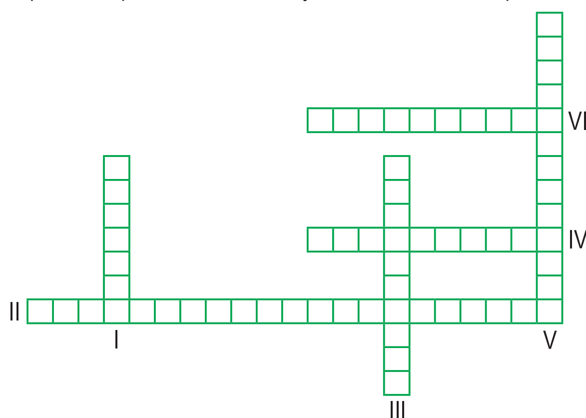
I. Si A es nilpotente entonces $A^n = 0$.

II. Si $A^3 = A$ entonces $A^2 = I$.

III. Si A es idempotente e inversible, entonces Traz(A) = n.

A) VVV B) FVV C) FVF
D) VFV E) FFF

22. Según las características notables de algunas matrices, escribe lo que corresponda de cada uno junto a su número respectivo.



I. Dada una matriz cuadrada no singular A, si existe una única matriz B cuadrada del mismo orden, tal que: AB = BA = I (matriz identidad), entonces, definimos B como matriz:

II. Si A es una matriz nilpotente, verifica: $\boxed{A^P = \mathbb{O}}$; matriz nula Denominándose a "p" en este caso como:

III. Cuando $\boxed{A^2 = I}$; matriz identidad, entonces "A" se denomina matriz:

IV. Cuando $\boxed{A^2 = A}$, entonces "A" se denomina matriz.

V. Cuando $\boxed{A^T = -A}$, entonces "A" se denomina matriz:

VI. Es aquella matriz que se construye a partir de otra intercambiando sus filas por sus respectivas columnas, conservando todos sus elementos, matriz:

Razonamiento y demostración

23. Calcula la traza de la siguiente matriz simétrica:

$$\begin{pmatrix} x & 7 & 3z+x \\ x+2y & y & 20 \\ 11 & 2y+3z & z \end{pmatrix}$$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

24. Sea:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ yz & zx & xy \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} x-y & 0 & 0 \\ 0 & y-z & 0 \\ 0 & 0 & z-x \end{pmatrix}$$

Encuentra el valor de: $\dfrac{\text{Det}(A)}{\text{Det}(B)}$

A) xyz B) $x^2+y^2+z^2$ C) $xy+yz+zx$
D) 1 E) $x+y+z$

25. Calcula:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

A) 394
B) 350
C) 420
D) 361
E) 90

26. Dada la matriz: Y, calcula la suma de los elementos de Y^{40}.

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A) 6 B) 6^{11}
C) 6^{14} D) 6^{13}
E) 6^{12}

27. Obtener la matriz adjunta y da como respuesta la suma de sus elementos.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

A) 8 B) 9
C) 10 D)7
E) 6

28. Calcula la inversa de la matriz A y da como respuesta la suma de sus elementos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

A) 0 B) 1
C) –2 D) 3
E) –1

Resolución de problemas

29. Sea la matriz $x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Entonces la matriz x^{11} es:

A) $\begin{bmatrix} 10 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 10 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 100 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 \\ 100 & 0 & 100 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1000 & 0 & 1000 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1000 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1024 & 0 & 1024 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1024 & 0 & 1024 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 59\,049 & 0 & 59\,049 \\ 0 & 1 & 0 \\ 59\,049 & 0 & 159\,049 \end{bmatrix}$

30. Examen de admisión UNI 2006-II (matemática)
Sean las matrices:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & -4 \end{bmatrix}; \; P = Q^{101}, \text{ sabiendo que: } Q\begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix} = \lambda\begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix},$$

Donde λ es un cierto número real, entonces, el vector u y el número α tales que: $P\,u = \alpha\,u$ son:

A) $\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, 0$ B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, -1$ C) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 1$

D) $\begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, -1$ E) $\begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, 0$

Claves

NIVEL 1	**7.** D	**13.** C	**20.** B	**26.** C
1. E	**8.** D	**14.** B	NIVEL 3	**27.** A
2.	**9.** D	**15.** C	**21.** D	**28.** A
3. E	**10.** D	**16.** B	**22.**	**29.** D
4. C	NIVEL 2	**17.** C	**23.** D	**30.** E
5. B	**11.** A	**18.** E	**24.** D	
6. A	**12.** C	**19.** D	**25.** A	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: SISTEMA DE ECUACIONES

1 Resuelve:

$2x + 3y = 5$
$x - y = 5$

A) {(4; –1)} B) {(2; 1)} C) {(4; 2)}
D) {(–4; 1)} E) {(–2; –1)}

2 Resuelve el siguiente sistema:

$x + 2y = 7$
$x - 2y = 3$

A) {(5; –1)} B) {(5; –2)} C) {(–1; 5)}
D) {(5; 1)} E) {(1; 5)}

3 Resuelve:

$x = 5 + 3y$
$7x - 39 = 9y$

e indica x + y.

A) 19 B) –19 C) $\frac{19}{3}$
D) $-\frac{11}{3}$ E) $-\frac{19}{3}$

4 Resuelve:

$$\frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = a + b$$
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2a$$

e indica el valor de x.

A) $a^2 + b$ B) $a^2 + ab$ C) $a^2 - ab$
D) $b - a$ E) $a - b$

5 Resuelve:

$$\frac{x}{4a} + \frac{y}{4b} = \frac{3}{5}$$
$$\frac{x}{6a} + \frac{y}{5b} = \frac{14}{15}$$

Halla y.

A) 2a B) 3a C) 16b
D) 2b E) 6a

6 Halla x en el sistema:

$$\frac{xy}{bx+ay} = \frac{bc}{b+c}\ ;\ \frac{yz}{cy+bz} = \frac{ac}{c+a}\ ;\ \frac{zx}{az+cx} = \frac{ab}{a+b}$$

A) a B) b C) ab
D) $\frac{a}{b}$ E) $\frac{2a^2b}{ab+bc-ac}$

7 Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{y+1} = \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{4}{x} + \dfrac{8}{y+1} = \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

Indica: xy

A) 6 B) 12 C) 8
D) 4 E) 24

8 Halla el valor de k para que en el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 7y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 7z = 1 \\ kx + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

el valor de y sea igual a z.

A) 3 B) 4 C) –5
D) 6 E) 7

9 Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y + z + 4 = 6 \\ z + x - 8 = 6 \end{cases}$$

Indica el valor de: $x - y + z$

A) 15 B) 16 C) 18
D) 17 E) 20

10 Resuelve el sistema:

$$xy(x + y) = 4$$
$$x^2 + y^2 = 14,\ x > y$$

Indica un valor de: $-x - y$

A) –4 B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{3}$ E) 3

11 Resuelve:

$$\begin{cases} x(x + 2y + 3z) = 50 \\ y(x + 2y + 3z) = 10 \\ z(x + 2y + 3z) = 10 \end{cases}$$

Da como respuesta la suma de las componentes de una de las soluciones $(x_0; y_0; z_0)$.

A) 6 B) 8 C) 9
D) –7 E) –8

12 Dado el sistema de ecuaciones, calcula x.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$$
$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20}$$
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}$$

A) 10 B) 20 C) 5
D) 15 E) 1

13 Dado el sistema de ecuaciones, halla: $(2x + 2y)$

$$\begin{cases} xy(x + y) = 420 \\ x^3 + y^3 = 468 \end{cases}$$

A) 12 B) 22 C) 16
D) 18 E) 24

14 Resuelve:

$$\begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} = 36 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

da el valor de: $E = \sqrt{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}}$

A) $\sqrt{5}/3$ B) $\sqrt{5}/2$ C) $\sqrt{5}/4$
D) $\sqrt{5}/6$ E) $\sqrt{5}/5$



Claves

1. A 3. C 5. C 7. C 9. D 11. D 13. E
2. D 4. B 6. C 8. C 10. A 12. B 14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. ¿Para qué valores de m el sistema tiene soluciones positivas?

$$\begin{cases} 2x + 7y = m \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

A) $\frac{26}{3} < m < \frac{91}{5}$ B) $\frac{27}{5} < m < 15$ C) $\frac{9}{5} < m < 31$

D) $\frac{29}{8} < m < 17$ E) $\frac{31}{10} < m < 41$

2. **Percepción / Espacio**

Atrévete a dividir el cuadrado en dos partes iguales, a través de las líneas marcadas como se muestran, de manera que cada una de las partes tenga los mismos sistemas de ecuaciones y en la misma cantidad.

	$x^2 + y^2 = 29$ $x + y = 3$	$x + 4y = 12$ $5x + 3y = 26$	
$ax + y = 0$ $x + ay = 0$	$ax + y = 0$ $x + ay = 0$		
$x^2 + y^2 = 29$ $x + y = 3$	$x^2 + y^2 = 29$ $x + y = 3$		$x + 4y = 12$ $5x + 3y = 26$
$x^2 + y^2 = 29$ $x + y = 3$		$x + 4y = 12$ $5x + 3y = 26$	$x + 4y = 12$ $5x + 3y = 26$

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{21}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

Da como respuesta xy.

A) 21,8 B) 25 C) 54
D) 36 E) 67,6

4. Resuelve:

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = a$$

$$\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = b$$

y da como respuesta el valor de: $\frac{x}{y}$

A) $a + b$ B) $a - b$ C) $\frac{a}{b}$

D) $\frac{b}{a}$ E) 1

5. Resuelve el sistema:

$$\frac{5x}{0,7} + \frac{0,3}{y} = 5$$

$$\frac{10x}{7} + \frac{9}{y} = 31$$

e indica el valor de y.

A) 0,362 B) 0,298 C) 0,154
D) 0,64 E) 0,75

6. Resuelve:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6}$$

e indica xy.

A) 2 B) 3 C) 15
D) 6 E) 12

7. Resuelve el sistema:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 6$$

Indica el valor de z.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

8. Resuelve:

$$5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3$$

$$25x - 9y = 27$$

e indica el valor de y.

A) 1 B) 9 C) 25
D) 16 E) 36

Resolución de problemas

9. Los trabajadores A y B pueden terminar un cierto trabajo en 12 días al laborar conjuntamente. Si A trabaja solo durante 20 días, y después B completa el trabajo en seis días más, ¿cuánto tiempo demora A en hacer solo el trabajo?

A) 21 días B) 24 días C) 26 días
D) 27 días E) 28 días

10. Al resolver el sistema siguiente:

$$\sqrt[3]{x + y + 2} - \sqrt{2x - 3y - 7} = -3$$

$$2\sqrt[3]{x + y + 2} + 3\sqrt{2x - 3y - 7} = 14$$

Se obtiene que el valor de (x + y) es:

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Dado el sistema, podemos afirmar que:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0 \\ 5x + 2y + 3z = 7 \\ 19x + 17z = 33 \end{cases}$$

A) Tiene solución única.

B) Tiene infinitas soluciones.

C) Tiene 2 soluciones.

D) Tiene 3 soluciones.

E) No tiene solución.

12. Descubre la palabra.

Pon los grupos de letras en los espacios vacíos para formar palabras en horizontal y una más que la encontrarás al ordenar las letras de las casillas que están en el centro.

COMP	TIBLE
CRA	ES
DETERM	ER
LINEA	UCIÓN
SUSTI	CIÓN
IGUAL	IÓN
INDETE	MINADO
RA	NANTE
REDUC	CES

	C	
	M	
	T	
	L	
	I	
	R	
	A	
	I	
	A	

Razonamiento y demostración

13. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{y+1} = \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{4}{x} - \dfrac{7}{y+1} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

se obtiene:

A) $x = 1; y = 2$ B) $x = 2; y = 1$ C) $x = 1; y = 3$
D) $x = 3; y = 2$ E) $x = 2; y = 3$

14. Señala el número de soluciones que se obtiene al resolver en $\mathbb{R}$ el sistema:

$$\begin{cases} |x| + |y| = 2 \\ x|y| = -1 \end{cases}$$

A) 6 B) 0 C) 3 D) 2 E) 4

15. Para qué valores de m el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = m \end{cases}$$

Tiene soluciones no negativas

A) $-7 \leq m \leq 0$ B) $0 \leq m \leq 5$ C) $0 \leq m \leq 9$
D) $-3 \leq m \leq 5$ E) $5 \leq m \leq 9$

16. Indica el valor de x al resolver:

$$x + 2\sqrt{x+y+z} = m$$
$$y + 2\sqrt{x+y+z} = b$$
$$z + 2\sqrt{x+y+z} = n$$

Si: $m + b + n = 16$

A) $m - 10$ B) $m + 16$ C) $m - 4$
D) $m - 8$ E) $m + 12$

17. Resuelve:

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{5}\sqrt{x+5y} = \sqrt{5} + 25$$
$$\sqrt{x+5y} - \sqrt{5}\sqrt{x+y} = 5\sqrt{5} - 5$$

Calcula el valor de xy.

A) 249 B) –750 C) –285
D) 432 E) 125

18. Resuelve:

$$\frac{2}{x-y-1} + \frac{3}{3x+y+3} = \frac{17}{24}$$
$$\frac{3}{x-y-1} - \frac{1}{3x+y+3} = \frac{3}{8}$$

Halla x.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

19. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2x^2 + 5xy - 18y^2 = 0$$
$$xy + y^2 - 12 = 0$$

A) (–4; 2); (–2, 4) B) (–4; –2); (–2; 4)
C) (4; 2); (–4, –2) D) (4; 2); (–2; 4)
E) (4; –2); (–4; –2)

20. El conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - y = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$ es:

A) {(1; 1), (2; –1), (1; 0)} B) {(1; 2), (2; 1), (1; –1)}
C) {(1; 0), (–1; –1)} D) {(1; 0), (0; 1)}
E) {(–1; 1), (1; –1)}

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Dado el sistema:

$2x + 3y + 4z = 0$

$5x + 6y + 7z = 0$

$x^2 + y^2 + z^2 = 24$

Acerca de su conjunto solución podemos afirmar que:

A) Tiene un elemento
B) No tiene elementos
C) Tiene dos elementos
D) Tiene tres elementos
E) Tiene cuatro elementos

22. Lenguaje

Dale sentido a los conceptos ordenándolos. En cada enunciado sobra una palabra que pertenece al concepto siguiente, excepto en el último, que pertenece al primer concepto.

- ecuaciones. Se ecuaciones de algunos para asignados sistema al lineales denomina valores incógnitas sus a más incógnitas o con dos pueden cuales los de verificarse colección
- correspondiente simultánea ecuaciones numérica verifica incógnitas que. Las infinitos en forma un sistema de de ecuaciones a las de las una cada aquella soluciones es
- ningún elemento un elemento expresiones. Resolver solución que puede tener conjunto en determinar el elementos o sistema un consiste
- inconsistente ecuaciones o más en el cual pueden ser algebraicas no lineales. El de ecuaciones un conjunto es dos de sistema o no algebraicas intervienen en el que matemáticas las
- cuando el número de ecuaciones es proporcionales número de incógnitas número de incógnitas imposible, absurdo que número de ecuaciones. Según el mayor el se denomina el y sistema incompatible, o independientes.
- si los conjunto. Se denomina independientes no son coeficientes de misma incógnita ecuaciones una

Razonamiento y demostración

23. Sabiendo que:

$$\frac{xy}{5x + 4y} = 6$$

$$\frac{xz}{3x + 2z} = 8$$

$$\frac{yz}{3y + 5z} = 6$$

Calcula: $x + y + z$

A) 48 B) 60 C) 36
D) 154 E) 144

24. Siendo $(x_0; y_0)$ la única solución al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 1 \\ x - y + a = 0 \end{cases}$$

Halla el valor de: $x_0 + y_0$

A) –1 B) –2 C) –3
D) –4 E) –5

25. Resuelve:

$x + y + 9z = 83$

$5x + 12y + 9z = 155$

$x + 2y + 4z = 47$

e indica el valor de x.

A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) 9

26. Resuelve el sistema:

$(x + y)(x + z) = 30$

$(y + z)(y + x) = 15$

$(z + x)(z + y) = 18$

Indica la suma de valores de y.

A) 1 B) 6 C) –4
D) 8 E) –2

27. Resuelve el sistema y da un valor de: xy

$$\begin{cases} xy^2 + y = 21 \\ x^2y^4 + y^2 = 333 \end{cases}$$

A) 3 B) 2 C) 18
D) 16 E) 6

28. Resuelve el sistema y da como respuesta: $(x + y)$

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 2^{3x-4} \\ \sqrt{x + 5y} = \sqrt{3x + 2} \end{cases}$$

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{17}{4}$
D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{6}{8}$

Resolución de problemas

29. Sean a, b, d números positivos tales que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{3\sqrt{d}} \text{ y } \frac{a^3 + 16}{b^3 + 54} = \frac{c^3}{d}$$

Determina: $\dfrac{2b^2 - d^{2/3}}{2a^2 - c^2}$

a) 2,25 b) 2,85 c) 2,45
d) 2,55 e) 2,65

30. El mínimo valor de z que satisface el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x^2 + y^2 = z \end{cases}$$

es:

A) 9 B) 18 C) 36
D) 72 E) 144

Claves

NIVEL 1
1. A
2.
3. E
4. C
5. B
6. D
7. C
8. A
9. E
10. B

NIVEL 2
11. E
12.
13. E
14. D
15. D
16. C
17. B
18. C
19. C
20. D

NIVEL 3
21. C
22.
23. E
24. A
25. D
26. A
27. E
28. C
29. A
30. D



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

1 Resuelve:

$3(x^2 - 4x + 1) + 7x = 5 + 4x$

A) $\frac{9 \pm \sqrt{105}}{6}$ B) $7 \pm \sqrt{7}$
C) $5 \pm \sqrt{15}$ D) $9 \pm 2\sqrt{3}$
E) $9 \pm 3\sqrt{2}$

2 Determina m, de manera que en la ecuación:

$2x^2 - x + 4m = 0$

las raíces sean recíprocas.

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) 4
D) $\frac{1}{4}$ E) 8

3 Resuelve:

$(2x - 3)^2 = (x + 5)^2 - 11x - 26$

A) $\{-8; 1\}$ B) $\{-8\}$ C) $\{2; \frac{5}{3}\}$
D) $\{8; -1\}$ E) $\{-2; -\frac{5}{3}\}$

4 Si una de las raíces de: $x^2 - (m^2 - 5)x - 8m + 3 = 0$ es -3, indica la otra raíz.

A) 7 B) 6 C) 7/3
D) $-17/9$ E) Hay 2 correctas

5 Halla k para que la ecuación presente raíces simétricas.

$\frac{k + 1}{3x + 2} = \frac{k - 1}{x^2 - 2x}$

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

6 Halla a en: $a^2x^2 - (a + 2)x + 1 = 0$

Sabiendo que sus dos raíces son iguales.

A) 2 B) $-2/3$ C) -2
D) 1/3 E) A y B

7 Si una raíz es la opuesta de la otra. Halla $2m + 1$ en:
$(m - 1)x^2 + (5m + 15)x + 2 = 0$

A) -5 B) 4 C) -4
D) -3 E) 5

8 En la ecuación: $2x^2 - (m - 1)x + (m + 1) = 0$
¿Qué valor positivo debe darse a m para que las raíces difieran en uno?

A) 7 B) 11 C) 5
D) 9 E) 17

9 Forma la ecuación de raíces: $x_1 = 3$, $x_2 = 4$

A) $x^2 - 7x + 7 = 0$ B) $x^2 + 7x + 10 = 0$
C) $x^2 - 7x - 12 = 0$ D) $x^2 - 7x + 12 = 0$
E) $x^2 + 7x - 12 = 0$

10 Forma la ecuación de segundo grado cuyas raíces son $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{7}$.

A) $14x^2 - 9x - 1 = 0$ B) $14x^2 - 1 = 0$
C) $14x^2 - 9x + 1 = 0$ D) $14x^2 + 9x - 1 = 0$
E) $14x^2 + 9x + 1 = 0$

11 Resuelve:
$(x - 3)^2 + (x - 4)^2 = (x - 2)^2$

A) {3; 4} B) {7; 3} C) {4; 3}
D) {7; 1} E) {8; 2}

12 Dada la ecuación cuadrática:
$P(x) = x^2 + a^2x + a = 0$,
donde: $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación.
Halla: $x_1 + x_2 + (x_1 . x_2)^2$

A) 1 B) 0 C) -1
D) 2 E) 3

13 Calcula el valor de m para que la ecuación:
$6x^2 + (2m + 3)x + m = 0$; tenga solo una raíz.

A) 3 B) 3/4 C) 1/2
D) 3/2 E) 5/3

14 Calcula el valor de $(m - 2n)$, si la ecuación:
$5(m + n + 18)x^2 + 4(m - n)x + 3mn = 0$; es incompatible.

A) -9 B) -18 C) 9
D) 18 E) -13



Claves

1. A	3. C	5. A	7. A	9. D	11. B	13. D
2. B	4. E	6. E	8. B	10. C	12. B	14. C

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Se tiene la ecuación:

$$x^2 - 14x - y^2 + 49 = 0;\ a \in \mathbb{R}$$

Verifica la verdad o falsedad de las proposiciones:
I. Si $y < 0$, la ecuación no tiene raíces reales.
II. Si $y = 0$; la ecuación tiene una única solución.
III. Si $y \neq 0$; la ecuación tiene dos raíces distintas y reales.

A) FVV B) VFV C) FFV
D) VVF E) FFF

2. Marca (V) verdadero o (F) falso, según corresponda:

I. Si: $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$ son raíces de: $ax^2 - bx + 1 = 0$
El valor de $a + b$ es 1. ( )

II. Si: $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}$ es una de las raíces de la ecuación:

$$x^2 + 2 + b = 0$$

Entonces, el número $a + b$ es $-a^{-1}$. ( )

III. Si 100 y 2 son raíces de la ecuación:

$$ax^2 + bx - 10 = 0$$

El valor de $a + b$ es $5 - a$. ( )

A) FFV B) FVV C) FVF
D) VVF E) VFV

Razonamiento y demostración

3. Si se tiene que x_1 y x_2 son raíces de $2x^2 - 6x + 8 = 0$, halla el valor de: $(1 + x_2)(1 + x_1) + 3$

A) 15 B) 14 C) 13
D) 12 E) 11

4. Forma la ecuación cuadrática de raíces $x_1 \wedge x_2$, que satisfacen lo siguiente:

$$x_1 - x_2 = 6 \quad \wedge \quad \frac{x_1}{x_2} = 2$$

A) $x^2 - 6x - 2 = 0$ B) $x^2 + 2x + 6 = 0$
C) $x^2 - 4x - 12 = 0$ D) $x^2 + 2x - 6 = 0$
E) $x^2 - 18x + 72 = 0$

5. Halla m si las raíces de la ecuación son recíprocas.

$$(2m - 1)x^2 + 6x + 9 = 0$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

6. Calcula la suma de las raíces de:

$$ax + b\sqrt{x} + c = 0$$

A) $-\frac{b}{a}$ B) -1 C) 1
D) $\frac{b^2 - ac}{a^2}$ E) $\frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

7. Forma una ecuación cuadrática cuyas raíces sean: $-\frac{3}{2}$ y 5

A) $x^2 + x - 4 = 0$ B) $2x^2 - 7x - 15 = 0$
C) $x^2 - 3x + 6 = 0$ D) $x^2 - 4 = 0$
E) $x^2 + x + 1 = 0$

8. Sea la ecuación:

$$\sqrt{2x + 13} = \sqrt{x + 3} + \sqrt{x + 6}$$

La suma de sus soluciones es:

A) –14 B) –7 C) –9 D) –2 E) 7

9. Dada la ecuación: $x^2 - 2^x = 1$. Indica cuántas soluciones reales tiene.

A) 0 B) 2 C) 1 D) 3 E) 4

Resolución de problemas

10. Hace 20 años el cuadrado de la edad de Betsabe, era igual, a 81. Determina su edad actual.

A) 28 años B) 29 años C) 30 años
D) 31 años E) 32 años

11. La altura de un triángulo es 1 m menos que la longitud de su base. El área es 28 m^2. Determina su base y altura.

A) Base = 7 m
Altura = 8 m

B) Base = 6 m
Altura = 9 m

C) Base = 8 m
Altura = 7 m

D) Base = 6 m
Altura = 5 m

E) Base = 9 m
Altura = 8 m

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. ¿Qué se puede afirmar acerca de las raíces de la ecuación?

$$ax^2 - bx - a = 0$$

Donde: $a;\ b \in \mathbb{R} - \{0\}$

A) Son reales y distintas.
B) Son reales e iguales.
C) Son complejas.
D) Son imaginarias puras.
E) No se puede afirmar nada.

13. Relaciona adecuadamente: $\forall x \in \mathbb{R}$:

I. $4x^2 - 121 = 0$
II. $3x^2 + 9 = 0$
III. $1001x^2 + 0 = 0$

a. La ecuación tiene una solución doble.
b. La ecuación tiene dos soluciones.
c. La ecuación no tiene solución.

A) Ia, IIb, IIIc B) Ic, IIa, IIIb C) Ib, IIa, IIIc
D) Ib, IIc, IIIa E) Ic, IIb, IIIa

14. Verifica la verdad (V) o falsedad (F) del enunciado:

La edad actual de Ramón es un cuadrado perfecto. La edad de Florencio es el séxtuplo de la edad de Ramón. Si dentro de $4x^2$ años la edad de Florencio será el doble de la edad de Ramón, entonces x es:

A) La raíz cuadrada de la edad de Ramón. ☐

B) La raíz cuadrada de la edad de Florencio. ☐

C) La diferencia de las edades de Florencio y Ramón. ☐

D) Dos veces la edad de Florencio. ☐

E) El quíntuplo de la edad de Ramón. ☐

Razonamiento y demostración

15. Dada la ecuación:

$(2k + 1)x^2 + 3(k - 1)x + 1 - k = 0$

Halla k, si la suma de las raíces es 0,75.

A) 0,75 B) 0,3 C) 0,8
D) 1 E) 0,5

16. Calcula la mayor solución de la ecuación:

$(m - 2)x^2 - (2m - 1)x + m - 1 = 0$; si el discriminante es 25.

A) 3 B) 1/2 C) 5/2
D) 3/2 E) 1/3

17. Si m y n son raíces de: $3x^2 - 2x + 1 = 0$,

halla: $R = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$
D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

18. En la ecuación: $x^2 - kx + 16 = 0$

Determina k para que se cumpla:

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{8}$

A) 10 B) –10 C) 5
D) 8 E) –8

19. Forma la ecuación cuadrática cuyas raíces sean:

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} \pm \sqrt{6}}$$

A) $x^2 - \sqrt{7}x + 6 = 0$ B) $x^2 + 14x + 7 = 0$
C) $x^2 - 14x + \sqrt{7} = 0$ D) $x^2 - \sqrt{6}x + \sqrt{7} = 0$
E) $x^2 - 14x + 7 = 0$

20. Resuelve y da como respuesta la mayor solución.

$\frac{(3 - x)^3 + (4 + x)^3}{(3 - x)^2 + (4 + x)^2} = 7$

A) 1 B) 2 C) 3
D) –3 E) –4

21. Halla (m + n), si la ecuación cuadrática tiene raíces simétricas y recíprocas ($m; n \in \mathbb{R}^+$).

$1024x^2 - (m^n - 8)x + n^{10} = 0$

A) $4(\sqrt{2} + 1)$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $2(\sqrt{2} + 1)$
D) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ E) $3(\sqrt{2} + 1)$

Resolución de problemas

22. La base de un rectángulo es 38 m menos que el quíntuple de su altura, el área es 63 m^2. Determina sus dimensiones.

A) Base = 1 m, Altura = 2 m
B) Base = 2 m, Altura = 12 m
C) Base = 6 m, Altura = 10 m
D) Base = 7 m, Altura = 9 m
E) Base = 5 m, Altura = 10 m

23. Dentro de 4 años, el cuadrado de la edad de Javier será 4 veces la suma de su edad con 8. Determina la edad de Javier.

A) 15 años B) 18 años C) 1 año
D) 4 años E) 30 años

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Del enunciado:

La diagonal de un cuadrado es tres multiplicado por la raíz cuarta de doce veces el lado de un triángulo equilátero. La suma de sus áreas es $37\sqrt{3}$ m^2, determina si son correctas las afirmaciones:

A) La ecuación que representa la situación es:
$\frac{x^2\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{12}}{4}x^2 = 37\sqrt{3}$ ☐

B) El lado del cuadrado es 2 m. ☐

C) La dimensiones del triángulo equilátero son:
base = 2 m y altura = $\sqrt{3}$ m. ☐

25. Analiza la siguiente ecuación:

$$5x^2 + 10x - 24\sqrt{x^2 + 2x + 12} = -24$$

Luego, comprueba si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

I. La suma de elementos de su conjunto solución es –2. ☐

II. La suma de elementos de su conjunto solución es –1. ☐

III. El producto de sus raíces es –24. ☐

IV. Presenta raíces recíprocas. ☐

26. Cálculo

A cada variable de la columna de la izquierda se le ha realizado la misma operación aritmética, que ha dado como resultado los números de la columna de la derecha dentro del recuadro. Ten en consideración que una de las dos soluciones para cada variable que están fuera del recuadro.
Determina la otra solución para cada variable.

$x \Rightarrow 5$	$x_1 = 2$
$x \Rightarrow 6{,}2$	$x_1 = 1{,}2$
$x \Rightarrow 10{,}6$	$x_1 = 0{,}6$
$x \Rightarrow 12{,}5$	$x_1 = 05$
$x \Rightarrow 15{,}4$	$x_1 = 0{,}4$

Razonamiento y demostración

27. Dada la ecuación: $x^2 - 2x - 8 = 0$
CS = {m; n}; forma una ecuación de segundo grado si el conjunto solución es:

$$CS = \left\{\frac{1}{m} + 1; \frac{1}{n} + 1\right\}$$

A) $6x^2 - 3x + 1 = 0$
B) $2x^2 - 5x + 5 = 0$
C) $8x^2 + 14x - 5 = 0$
D) $8x^2 - 14x + 5 = 0$
E) $8x^2 - 14x - 5 = 0$

28. Si m y n son raíces de la ecuación:

$$\frac{3}{5}\left(\frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1}\right) + \frac{(x-2)^2}{x^2 + x - 1} = 3$$

Halla el valor de: $A = m^n + n^m$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 16

29. Si las raíces de la ecuación:
$(1 - b + \frac{a^2}{2})x^2 + a(1 + b)x + b(b - 1) + \frac{a^2}{2} = 0$
son iguales; entonces, $\frac{a^2}{b}$ resulta:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Si 2 es una de las raíces de la ecuación en x:
$x^2 - (k - 3)x + k^2 + k - 16 = 0$
Calcula la otra raíz, sabiendo que $k < 0$.

A) –2 B) –7 C) 5
D) 7 E) –9

31. Resuelve:

$$\left(\frac{1}{x + 3n} + \frac{1}{x + 4m}\right)(2x + 3n + 4m) = \frac{9}{2}$$

Da una solución.

A) 5m + 2n B) 3m + n C) 5n – 8m
D) 8m + 3n E) 3n – 8m

32. Las raíces de la ecuación:
$x^2 + bx + c = 0$, son ambas reales y mayores que 1. Sea:
$S = b + c + 1$, entonces, S:

A) Puede ser menor que cero.
B) Puede ser igual a cero.
C) Debe ser mayor que cero.
D) Debe ser menor que cero.
E) Debe estar entre –1 y 1.

33. Sea la ecuación cuadrática:
$ax^2 - bx + 4 = 0$
Si tiene por conjunto solución:

$$\left\{\frac{p^{15} + q^2 + 2}{p^{15} + 1}; \frac{p^{15} + q^2 + 2}{q^2 + 1}\right\}$$

Halla el valor de b.

A) p – q B) p C) $\frac{p}{q}$
D) 1 E) 4

Resolución de problemas

34. El lado de un cuadrado es tres veces mayor que el de otro cuadrado, además, la suma de sus áreas es 833 m^2. ¿Cuánto mide los lados de los cuadrados?

A) 7 m y 28 m B) 10 m y 15 m C) 3 m y 9 m
D) 6 m y 20 m E) 31 m y 5 m

35. Cuatro veces el producto de la edad de Amelia disminuido en dos con su edad aumentado en seis, es igual a 36. Determina dicha edad.

A) 1 año B) 2 años C) 3 años
D) 4 años E) 5 años

Claves

NIVEL 1	**8.** D	**15.** E	**23.** D	**30.** B
1. A	**9.** B	**16.** A	NIVEL 3	**31.** E
2. B	**10.** B	**17.** E	**24.**	**32.** C
3. E	**11.** C	**18.** A	**25.**	**33.** E
4. E	NIVEL 2	**19.** E	**26.**	**34.** A
5. D	**12.** A	**20.**	**27.** D	**35.** C
6. E	**13.** D	**21.** C	**28.** D	
7. B	**14.**	**22.** D	**29.** D	

MARATÓN Matemática

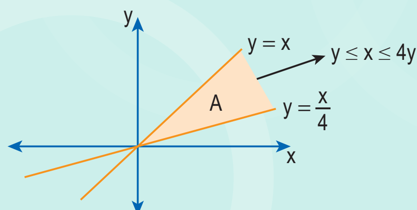


Realiza la gráfica de $A \cap B$.

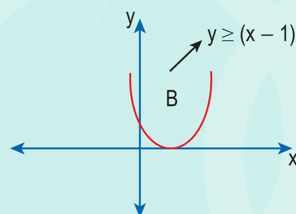
Si: $A = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq x \leq 4y\}$ $\qquad B = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq (x-1)^2\}$

Resolución:

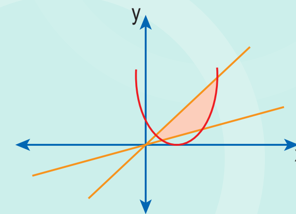
Para determinar los elementos de A graficamos $y = x$; $x = 4y$



Para los elementos de B:
Graficamos $y = (x-1)^2$



Finalmente intersecamos las gráficas:



1. Halla el mayor valor entero de x en:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x - 4} > 1$$

A) 1 B) 4 C) 3 D) 0 E) –3

2. En una competencia de tiro al blanco, Luis por cada tiro acertado gana m y pierde n por cada que falle, después de p tiros totalizó q

¿Cuántos tiros dio en el blanco?

A) $\frac{mp+q}{p-n}$ B) $\frac{q+pn}{m-n}$ C) $\frac{q+pn}{m+n}$

D) $m+n+q$ E) $\frac{m+n}{q+pn}$

3. Encuentra el valor entero de x que satisfaga el sistema:

$y^x = 25$

$y^{\frac{2x+1}{x-1}} = 125$

A) 5 B) 1 C) –2 D) 3 E) –1

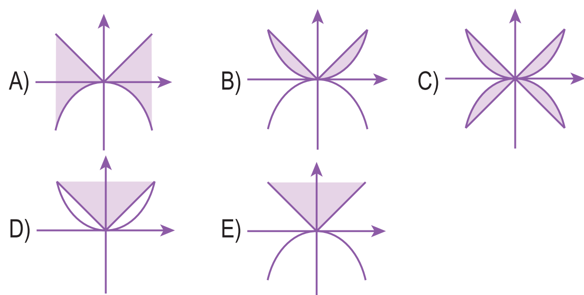
4. Determina $2a + 3b + c$; si a; b y c son las raíces de la ecuación:

$x^3 - bx^2 + cx + 2a = 0$; $abc \neq 0$

A) 0 B) –1 C) 2 D) 1 E) 7

5. Grafica la región definida por:

$M = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / |y| \geq x^2 \wedge |y| \leq |x|\}$



6. Para qué valor de m el sistema:

$$mx + y = 0$$
$$my + z = 8$$
$$mz + x = m$$

admite infinitas soluciones.

A) –1 B) –2 C) –3 D) 5 E) 1

7. Determina el CS de:

$$\frac{\sqrt{2-|x|}(1-x^2)}{(|x+3|+x-1)(|x|-2)} \geq 0$$

A) $\mathbb{R}$ B) $[1; 2\rangle$ C) $[-2; -1]$
D) $\langle -1; 2]$ E) $[-2; 2]$

8. Al resolver la inecuación logarítmica:

$\log_5(4x+2) - 2 > \log_5(2-8x)$

Se obtiene como conjunto solución el intervalo [a; b].
Indica $17a - 4b$.

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

9. Sea la matriz: $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$. Además:

$A^T - A^2 = \begin{pmatrix} x-1 & \frac{y-2}{2} \\ w-8 & \frac{z-1}{2} \end{pmatrix}$; determina $x + y + w + z$

A) 12 B) 11 C) 13 D) 15 E) 14

10. Encuentra el intervalo solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix} \leq 0$$

A) [1; 2] B) $\langle 1; 3]$ C) $[-2; 1\rangle$
D) $\langle 0; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; 2\rangle$



Unidad 4



RECUERDA

Eratóstenes [c. 284 - c. 192 a. C.]

Matemático, astrónomo, geógrafo, filósofo y poeta griego. Fue el primero que midió con buena exactitud el meridiano terrestre. Para ello ideó un sistema a partir de la semejanza de triángulos. Eratóstenes midió en primer lugar la distancia entre dos ciudades egipcias que se encuentran en el mismo meridiano: Siene (Assuán) y Alejandría. Esto lo hizo a partir del tiempo que tardaban los camellos en ir de una ciudad a otra.

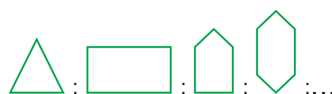
Después se dio cuenta que el día del solsticio de verano a las 12 del mediodía el Sol alumbraba el fondo de un pozo muy profundo en la ciudad de Siene y que a esa misma hora el sol proyectaba una sombra en Alejandría. A raíz de esta circunstancia determinó, calculando el radio de la Tierra, que la longitud del meridiano debía ser 50 veces mayor que la distancia entre las ciudades. El resultado que obtuvo Eratóstenes para el meridiano, en medidas modernas, viene a ser 46 250 km, cifra que excede a la medida real solo en un 16%. Eratóstenes también midió la oblicuidad de la eclíptica (la inclinación del eje terrestre) con un error de solo 7' de arco, y creó un catálogo (actualmente perdido) de 675 estrellas fijas. Su obra más importante fue un tratado de geografía general. Tras quedarse ciego, murió en Alejandría por inanición voluntaria.

Reflexiona

- *Aquellos que conocen el éxito en la vida, son los que han aprendido a dejar de lado sus emociones y aprenden de los demás, incluso cuando el mensaje es desagradable.*
- *Las personas de éxito saben que todos sufrimos contratiempos y que eso exige reevaluar nuestra forma de hacer las cosas y aplicar acciones correctivas para triunfar. Saben que la adversidad nunca es permanente.*
- *Ten presente que te convertirás en aquello en lo que pienses constantemente. He ahí el riesgo de permitir que pensamientos equívocos y errados encuentren cabida en tu mente.*

¡Razona...!

¿Qué figura sigue?



A) B) C)

D) E)



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: INECUACIONES

1 Resuelve: $x^2 - 5x - 1 < 0$

A) $\left]\frac{5-\sqrt{29}}{2}; \frac{5+\sqrt{29}}{2}\right[$

B) $\left[\frac{-5-\sqrt{29}}{2}; \frac{\sqrt{29}}{2}\right]$

C) $\left[\frac{-5-\sqrt{29}}{2}; \frac{+5\sqrt{29}}{2}\right]$

D) $\left[\frac{-5}{2}; \frac{\sqrt{29}}{2}\right]$

E) $\left]\frac{-5}{2}; \frac{5+\sqrt{29}}{3}\right[$

2 Resuelve: $(x+3)^2(x-3)^5(2x-1)^2(1-2x)^9(5-x) \geq 0$

A) $[\frac{1}{2}; 3]$, $[5; +3[$, $\{-3\}$

B) $[\frac{1}{2}; 3[$

C) $[\frac{1}{2}; 3[$, $[5; +3[$, $\{-3\}$

D) $[5; +3[$

E) $]\frac{1}{2}; 3[$, $]5; +3[$, $\{3\}$

3 Si: $P(x) = x^2 - kx + 4 \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$

Calcula la suma de valores enteros que toma k.

A) 13 B) 7 C) 15
D) 8 E) 0

4 Resuelve la inecuación: $\sqrt[3]{x^3 - 7} < x - 1$

Indica el conjunto solución.

A) $\langle 1; 2\rangle$ B) $\langle 0; 3\rangle$ C) $\langle -2; 2\rangle$
D) $\langle -1; 2\rangle$ E) $\langle -2; 2\rangle$

5 Resuelve:

$x^6 + x^5 < x^4 + x^3$

A) $\langle 0; 2\rangle$ B) $\langle 0; 1\rangle$ C) $\langle -1; 0\rangle$
D) $\langle -1; 1\rangle$ E) $\langle -1; 2\rangle$

6 Resuelve:

$x^3 + x^2 \geq 4x + 4$

A) $[3; +\infty\rangle$ B) $[-3; -1]$
C) $[-2; -1] \cup [2; +\infty\rangle$ D) $[-2; -1] \cup [2; 3\rangle$
E) $[1; 2] \cup [3; +\infty\rangle$

7 Resuelve:

$\frac{x^2+7x+8}{x^2+5x+6} \geq 1$

Señala un intervalo del conjunto solución.

A) $\langle -\infty; 3\rangle$ B) $[-3; -2]$ C) $\langle -2; -1]$
D) $\langle -\infty; 3]$ E) $[-1; +\infty\rangle$

8 Resuelve:

$\sqrt{x-4} \leq \sqrt{6-x}$

A) $[4; 5]$ B) $\langle 4; 5]$ C) $[4; 6]$
D) $[-4; 6\rangle$ E) $\langle 6; +\infty\rangle$

9 Si $x \in \left[\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right]$ y sean m el menor valor y M el mayor valor que satisface: $m \leq \frac{x+5}{x-2} \leq M$.

Calcula: m . M

A) 24 B) 20 C) 25
D) 27 E) 15

10 Resuelve:

$\sqrt{2-x-x^2} > -2010$

A) $[-2; 2010\rangle$ B) $[-1; 2\rangle$ C) $[1; 2\rangle$
D) $[-2; 1]$ E) $\langle -\infty; -2\rangle \cup \langle 1; +\infty\rangle$

11 Resuelve:

$2(x-5) + \sqrt{5-x} > 5(3-x) + \sqrt{5-x} - 4$

A) $x \in [3; 5\rangle$ B) $x \in \langle 3; 5\rangle$
C) $x \in \langle 3; 5]$ D) $x \in \langle 3; +\infty\rangle$
E) $x \in \varnothing$

12 Si: $x \in [-1; 2]$, entonces $\left(\frac{x-1}{x+2}\right) \in A$.

Encuentra A y da como respuesta el producto de su máximo y mínimo valor.

A) $-\frac{1}{2}$ B) -2 C) 4
D) -7 E) $\frac{1}{3}$

13 Resuelve:

$\sqrt{x^2-5x+4} < 7-x$

A) $\langle -\infty; 2] \cup [3; +\infty\rangle$ B) $\langle -\infty; 1] \cup [0; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; 3] \cup [0; 7]$ D) $\langle -\infty; 4] \cup [1; 4\rangle$
E) $\langle -\infty; 1] \cup [4; 5\rangle$

14 Luego de resolver la inecuación:

$2x+3 > \sqrt{4x^2-5x+1}$

Da como respuesta el número de soluciones enteras menores que siete.

A) 5 B) 6 C) 4
D) 8 E) 7



Claves

1. A	3. E	5. B	7. E	9. C	11. C	13. E
2. A	4. D	6. C	8. A	10. D	12. A	14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica la naturaleza de las raíces de la ecuación:

$3x^2 + 2(a + b + c)x + a^2 + b^2 + c^2 = 0$

$a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq b \neq c$

A) Imaginarias

B) Reales negativas

C) Reales positivas

D) Reales diferentes

E) Reales e iguales

2. Con respecto al conjunto:

$T = \{x - 1 / \sqrt{4x-3} - \sqrt{2-x} > 0\}$

Se puede afirmar que:

A) $T = \langle 1; 2]$

B) $T \cap \mathbb{Z}^+ = \{1\}$

C) T posee dos elementos enteros.

D) $T \cap \mathbb{Z}^+ = \{2\}$

E) T es un conjunto unitario.

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$x^2 - 5x + 1 \leq 0$

A) $x \in \langle -5 - \sqrt{21}; -5 + \sqrt{21} \rangle$

B) $x \in \mathbb{R}$

C) $x \in \left[\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right]$

D) $x \in \varnothing$

E) $x \in \langle -\sqrt{21}; \sqrt{21} \rangle$

4. Resuelve:

$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} > 1$, indica un intervalo solución.

A) $\langle -\infty; 1 \rangle$　B) $\langle 2; +\infty \rangle$

C) $\langle -\infty; 2 \rangle - \{1\}$　D) $[2; +\infty \rangle$

E) $\langle 2; +\infty \rangle - \{3\}$

5. Dada la inecuación en x: $ax^2 + bx + c \leq 0$ cuyo: CS $= [-4; -3]$. Calcula $a + b + c$, si: a, b y c son valores enteros positivos mínimos.

A) 15　B) 19　C) 8

D) 10　E) 20

6. Halla los valores que debe tomar n de manera que el trinomio:

$P(x) = -x^2 + 4x + 4n$

no sea mayor o igual que 5, para cualquier valor real de x.

A) $\langle -\infty; \frac{1}{4} \rangle$　B) $\langle -\infty; 4 \rangle$

C) $\langle \frac{1}{4}; +\infty \rangle$　D) $\langle 4; +\infty \rangle$

E) $\mathbb{R}$

7. Al resolver:

$15x^2 - 29x - 14 < 0$

se obtiene: CS $= \langle a; b \rangle$

Halla: $a + b + \frac{1}{15}$

A) 2　B) $\frac{29}{15}$　C) $\frac{31}{15}$

D) 30　E) 1

8. ¿Cuántas soluciones enteras tiene la inecuación: $x^2 + \frac{2}{x} < 3$?

A) 4　B) 3　C) 2

D) 1　E) 0

9. Halla el conjunto solución de:

$\sqrt{3x^2 - 6x + 8} > -4$

A) $[-4; 5]$　B) $\mathbb{R}$　C) $\langle -1; 1 \rangle$

D) $\varnothing$　E) $[-2; 3 \rangle$

10. Halla la menor solución entera de la inecuación: $x + \frac{1}{x} > 1$

A) 0　B) 1　C) 2

D) 3　E) -1

11. Resuelve:

$\sqrt[3]{x^3 + 1} > x + 1$

A) $\mathbb{R}$　B) $\langle 0; 1 \rangle$

C) $\langle -1; 0 \rangle$　D) $\langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle 1; +\infty \rangle$

E) $\langle -\infty; 1 \rangle$

12. Si $a > b > 1$, resuelve:

$\frac{\sqrt[3]{ax + 1}}{x\sqrt[5]{x + b}} \leq 0$

A) $\langle -\infty; b \rangle$　B) $\varnothing$

C) $\langle -\infty; -b \rangle$　D) $\left[\frac{-1}{a}; +\infty \right\rangle$

E) $\langle -\infty; -b \rangle \cup \left[-\frac{1}{a}; 0\right\rangle$

13. Si el conjunto solución de la inecuación: $10x^2 - 9 \geq x^4$ es $[a; b] \cup [c; d]$

Calcula: $a - b + c - d$; $a < d$

A) -4　B) -3　C) 3

D) -1　E) 2

Resolución de problemas

14. Un número cumple las siguientes condiciones:

Seis veces este número aumentado en 15 no es menor que el cuádruple del mismo aumentado en 77; también el triple del número disminuido en 22 no es mayor que 89. Determina el número de soluciones que cumplan lo establecido anteriormente.

A) 3 soluciones

B) 5 soluciones

C) 7 soluciones

D) 1 solución

E) 20 soluciones

15. Estela vende 350 calculadoras HP50G+ y le quedan más de la mitad de las que tenía. Luego vende 200 mds y le quedan menos de 152. Determina la cantidad de calculadoras HP50G+ que tenía Estela.

A) 701　B) 601　C) 700

D) 702　E) 800

NIVEL 2

Comunicación matemática

16. Lenguaje

Las letras mostradas están desordenadas; ordena las palabras, en cada grupo sobra una letra, anótala en la columna de la derecha.

	Palabras correctas	Letras sobrantes
JCNUNCTOO		
OREMLVAS		
BSXMDIAISEL		
SEZUGISLADDDEA		
SEJNOIUCENICA		
LANSECARIQO		
SELICARNOIARZ		
ERWTNIOLAVS		

17. Sea $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < -1$; donde a y b son números reales, entonces dadas las proposiciones:

I. $(a+1)^2 > (b+1)^2$

II. $a^2 > b^3$

III. $a^3 - b^3 > 0$

Son ciertas:

A) I y II
B) II y III
C) I y III
D) I; II y III
E) Solo II

Razonamiento y demostración

18. Dada la desigualdad:

$4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 50 \leq 4(3x + 6y + 10z)$

Si x; y; z ∈ ℝ, calcula el valor de:

$T = xy + z$

A) 2,25
B) 2,5
C) 3,25
D) 3,5
E) 4,5

19. Determina el conjunto solución de:

$\frac{x-b}{x-a} < \frac{a}{b}$; si $0 < a < b$.

A) $\langle a; b\rangle$
B) $\langle a-b; a+b\rangle$
C) $\langle b; a+b\rangle$
D) $\langle a; a+b\rangle$
E) $\langle 0; b\rangle$

20. Determina el intervalo solución de:

$2x - 1 > \sqrt{3x^2 - x + 1}$

A) $\langle -3; 0\rangle$
B) $\left\langle \frac{1}{2}; 3\right\rangle$
C) $[3; +3\rangle$
D) $\langle 3; +3\rangle$
E) $\langle 3; 5\rangle$

21. Resuelve:

$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+2} \leq 0$

A) $\langle -2; 2\rangle$
B) $\langle -\infty; -2\rangle \cup]2; +\infty\rangle$
C) $\langle -2; 3\rangle$
D) $\langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty\rangle$
E) $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$

22. Resuelve:

$\sqrt{2x-3} > \sqrt{2-x}$

A) $\left\langle \frac{5}{2}; 3\right\rangle$
B) $\left\langle \frac{5}{3}; 2\right]$
C) $\langle 1; 2\rangle$
D) $\langle 3; 4]$
E) $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$

23. Encuentra el mínimo valor que puede adquirir la expresión:

$x + \frac{y^2}{25x} + 10\frac{z^2}{y} + \frac{1}{z}$

Si: $x > 0$; $xy > 0$; $xyz > 0$

A) 12
B) 4
C) 13
D) 2
E) 1

24. Resuelve:

$(a^2 + b^2)x^2 - (a+b)x + 1 < 0$

donde: $a < 0 < b$

Indica como respuesta el número de elementos del conjunto solución.

A) 4
B) 2
C) 5
D) 3
E) 0

25. Determina el conjunto solución de:

$\frac{x-b}{x-a} < \frac{a}{b}$; si $0 < a < b$.

A) $\langle a; b\rangle$
B) $\langle b; a+b\rangle$
C) $\langle a; a+b\rangle$
D) $\langle 0; b\rangle$
E) $\langle a-b; a+b\rangle$

26. Si x es un número superior a la unidad, halla la variación de: $\dfrac{1}{x + \frac{1}{x-1}}$

A) $\left\langle \frac{1}{3}; +\infty\right\rangle$
B) $\langle 8; 9\rangle$
C) $\left\langle 0; \frac{1}{3}\right]$
D) $\left\langle -\infty; \frac{1}{3}\right\rangle$
E) $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$

27. Luego de resolver la inecuación:

$(x-1)^2(x+1)(x-3)^3 < 0$

Su conjunto solución es:

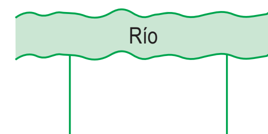
$\langle a; b\rangle - \{c\}$

Detemina el valor de: $a^b + 2c$

A) 4
B) 3
C) 0
D) 1
E) –1

Resolución de problemas

28. Un agricultor quiere levantar una cerca alrededor de un terreno rectangular que está ubicado en la ribera de un río, usando 1000 m de material. ¿Cuál es el área más grande que puede cercar, considerando que no va a poner una cerca a lo largo del río?



A) 50 000 m^2
B) 62 500 m^2
C) 67 500 m^2
D) 100 000 m^2
E) 125 000 m^2

29. Cuando nací mi tío tenía más de 25 años; hace 5 años el doble de mi edad era mayor que la de él; si tengo menos de 33 años, determina la edad de mi tío.

A) 56 años
B) 57 años
C) 58 años
D) 59 años
E) 60 años

NIVEL 3

Comunicación matemática

30. Sea S la región limitada por las siguientes inecuaciones:

- $y - x \leq 4$
- $y + \frac{x}{2} \leq 6$
- $\frac{x}{2} - y \leq 0$
- $-x - y \leq -2$

Al minimizar f(x; y), sobre S se afirma:

A) Si $f(x; y) = x + y$, entonces se tienen 2 soluciones.

B) Si $f(x; y) = y - x$, entonces $\left(\frac{4}{13}; \frac{16}{3}\right)$ es solución.

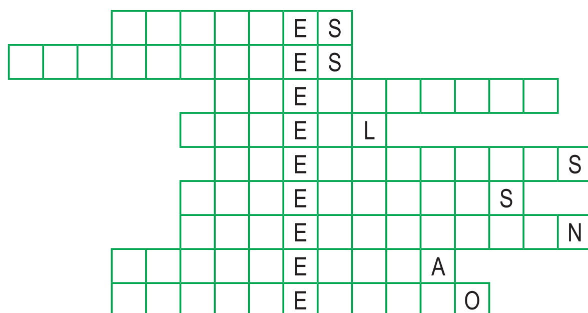
C) Si $f(x; y) = \frac{x}{2} + y$, entonces (2; 0) es solución.

D) Si $f(x; y) = \frac{x}{2} - y$, entonces se tienen infinitas soluciones.

E) Si $f(x; y) = y - \frac{x}{2}$, entonces (6; 3) es solución.

31. Lenguaje

Encuentra palabras que contengan la letra E, de tal manera que encajen en la cuadrícula.



Razonamiento y demostración

32. Luego de resolver:

$$\frac{x+1}{x-1} \geq \frac{x-1}{x+1}$$

Se obtiene que $x \in \langle a; b] \cup \langle c; +\infty\rangle$. Halla: $a + b + c$

A) 1 B) 0 C) –1 D) 2 E) 3

33. Determina el conjunto solución de:

$$\frac{\sqrt{9-x^2}(x+1)}{x+2} > 0$$

A) $\langle 1; 5\rangle \cup \langle 7; 3\rangle$ B) $\langle -3; -2\rangle \cup \langle -1; 3\rangle$
C) $\langle -3; 0\rangle \cup \langle 1; 3\rangle$ D) $\langle 1; 7\rangle \cup \langle 15; 3\rangle$
E) $\langle 0; 1\rangle$

34. Si: $\langle -\infty; a\rangle \cup \langle b; +\infty\rangle$

es el conjunto solución de: $\frac{2x+1}{x+1} > \frac{x+2}{2-x}$

Calcula el valor de: a^b

A) 2 B) – 2 C) 1 D) –1 E) 0

35. Luego de resolver la inecuación:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x^2-6x}-\sqrt{x}}{8-x}} \geq \sqrt[3]{x-10}$$

Indica su conjunto solución.

A) $[7; 8\rangle \cup \{0\}$ B) $[-3; 0\rangle$ C) $[-3; -2\rangle$
D) $\varnothing$ E) $\mathbb{R}^+$

36. Dada la inecuación cuadrática en x:

$mx^2 + 2m + 1 < 2mx$

Determina los valores de m, para que el conjunto solución de la inecuación sea: $]-\infty; +\infty[$

A) $\langle 1; +\infty\rangle$ B) $\langle -\infty; -1]$
C) $\langle -\infty; -1\rangle$ D) $\langle 0; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 0; +\infty\rangle$

37. Al resolver: $7m^2 - 3x > x^2$

se obtiene: $CS = \langle -7; 4\rangle$; encuentra un valor de m.

A) 5 B) 1 C) 3 D) 2 E) 0

38. Señala el máximo valor de n que verifica:

$$\frac{1}{\lfloor\underline{2}} + \frac{1}{\lfloor\underline{3}} + \frac{1}{\lfloor\underline{5}} + \ldots + \frac{1}{\lfloor\underline{n+1}} \leq \frac{5039}{5040}$$

A) 7 B) 8 C) 9 D) 6 E) 5

39. Indica el mayor número entero k que hace que la inecuación $2x^2 - 4x - 2k > 1$ se cumpla para $x \in \mathbb{R}$.

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

40. Indica las soluciones negativas de la inecuación:

$$\frac{(x^2-2x-35)(x+2)(x^3-1)}{(x^2+2)(x-1)(x^2+x+1)} \geq 0$$

A) $[-5; -2]$ B) $[-2; 0\rangle$ C) $\langle -\infty; -2]$
D) $\langle -\infty; -2\rangle$ E) $\langle -\infty; -5]$

41. La solución de la inecuación:

$3x + 4(3x - 4 - 1) < 3^x - 81$ es:

A) $\langle 1; 81\rangle$ B) $\langle 3; 81\rangle$ C) $\langle 0; 3\rangle$
D) $\langle 1; 4\rangle$ E) $\langle 0; 4\rangle$

Resolución de problemas

42. Enunciado del segundo examen CEPREUNI 99-I

La suma de los hijos de Javier y César es menor que 6, y César tiene más hijos que Eduardo (todos tienen hijos). Si Javier tuviera un hijo menor, tendría aún más hijos que Eduardo. ¿Cuál es el número total de hijos?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

43. Examen de admisión UNI 95-I

Las medidas de los lados de un triángulo están en progresión geométrica de razón r, luego lo verdadero es:

A) $1 < r$ B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < r < 1$ C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < r$
D) $0 < r < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < r < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Claves

NIVEL 1	9. B	17. D	27. D	35. A
1. A	10. B	18. C	28. E	36. C
2. B	11. C	19. D	29. C	37. D
3. C	12. E	20. D	NIVEL 3	38. D
4. A	13. A	21. A	30. E	39. B
5. E	14. C	22. B	31.	40. A
6. A	15. A	23. B	32. B	41. E
7. A	NIVEL 2	24. E	33. B	42. D
8. D	16.	25. C	34. C	43. E
		26. C		



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: FUNCIONES

1 Dada la función:
$f = \{(1; 5); (1; b - a^2); (3; a + 4)\}$
Si: $f^2(3) = 81$
Halla el máximo valor de b.

A) 6 B) 5 C) 174
D) 36 E) 274

2 Dada la función:
$F = \{(x; 2x - 1) / x \in \mathbb{R}\}$
Halla: $E = \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} + F(2)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

3 Sea la función: $F(x) = \sqrt{8 - 2x^2}$ obtén la intersección entre su dominio y rango.

A) $[0; 4]$ B) $[0; 2]$ C) $[0; +\infty\rangle$
D) $[0; 8]$ E) $[0; 2\sqrt{2}]$

4 $F: \mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$; es una función, tal que:
$F(a + b) = F(a) + F(b)$
$F(1) = 2$
Calcula: $F(n + 2) - F(n + 4)$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$.

A) 2 B) –2 C) 4
D) –4 E) 0

5 Determina el área de la intersección de:
$y = |x - 2| - 3 \ \wedge\ y = -3$ y el eje de las ordenadas.

A) 3 u^2 B) 6 u^2 C) 2 u^2
D) 4 u^2 E) 3/2 u^2

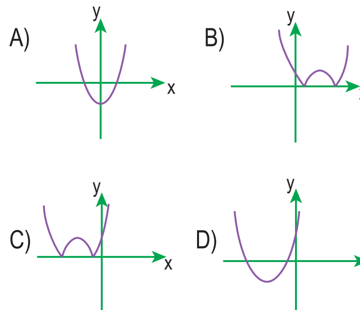
6 Dadas las funciones:
$f(x) = x - 1$; $x \in [-2; 8]$
$g(x) = x^2 + 1$; $x \in [-3; 6]$
Determina la regla de correspondencia y el domino del $f \circ g$.

A) $x + 1$; $\langle -2; 6\rangle$ B) x^2; $[-2; 6]$
C) x^2; $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$ D) x; $\langle -\sqrt{7}; \sqrt{7}\rangle$
E) x^2; $\langle -\sqrt{7}; \sqrt{7}\rangle$

7 Determina la cantidad máxima de artículos electrodomésticos que se debe vender semanalmente en una empresa para maximizar sus ganancias que están en función a la cantidad de productos x que vende en una semana.
$G(x) = 400x - x^2 - 36\,000$

A) 100 B) 150 C) 180
D) 200 E) 250

8 Determina la gráfica de $y = |x^2 + 6x + 7|$



9 Halla la inversa de $f(x) = x^2 + 4x - 1; x \in \langle -2; 7 \rangle$.

A) $f^{-1}(x) = (x + 2)^2 - 5$
B) $f^{-1}(x) = \sqrt{x + 5} - 2$
C) $f^{-1}(x) = \sqrt{x - 2}$
D) $f^{-1}(x) = (x - 5)^2 + 2$
E) no existe

10 Si: $f(x) = x^2 - 1 \wedge g(x) = x - m$
determina m; además $f \circ g(4) = g \circ f(m)$

A) 16 B) 15 C) 15/7
D) 16/7 E) 8/7

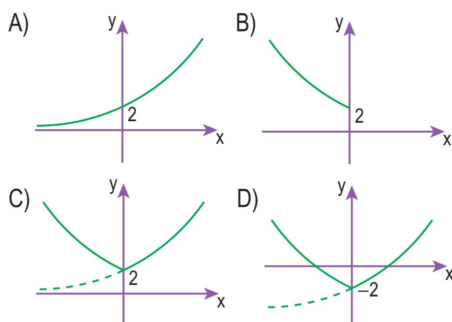
11 Dada la función suryectiva:
$F:]-4; 5] \longrightarrow [a - b; b - 2a] \,/\, F(x) = 6x + 4$
Determina a/b.

A) 37/7 B) 7/30 C) 9/37
D) 7/37 E) 10/37

12 Resuelve las siguientes ecuaciones e indica la ecuación donde x es mayor. Dato (log2 = 0,3)
I. $2^x = 8$
II. $\log 2^x = 4$
III. $\sqrt{3}^x = 3^4$
IV. $\log_4 x = 3$
V. $x = \log_4 64$

A) I B) II C) III
D) IV E) V

13 Grafica: $y = 2|x| + \text{sgn}(|x| + 1)$; sgn (función signo).



14 El número de habitantes de un pueblo crece exponencialmente, según $P(t) = P_0ekt$
k: tasa relativa de crecimiento
t: tiempo en años
P_0: población inicial
Determina la tasa relativa de crecimiento si en 8 años la población aumentó en un 20%.

A) 3% B) 2% C) 25%
D) 2,28% E) 3; 45%



Claves

1. C	3. B	5. C	7. D	9. B	11. D	13. C
2. E	4. D	6. C	8. C	10. D	12. D	14. D

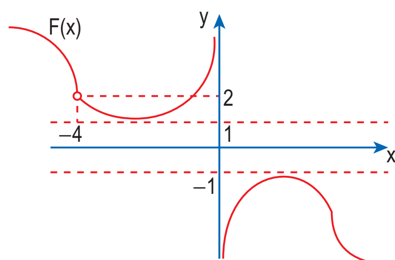
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De la gráfica:



DomF(x) = ______________

RanF(x) = ______________

(DF ∩ RF) = ______________

$(DF \cap RF)^C$ = ______________

DF – RF = ______________

2. Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

A) A una función, toda recta vertical la intercecta en un punto. ( )

B) La función y = 3x es monótona. ( )

C) Sean $F(x) = \sqrt{x^2-9} \wedge G(x) = \sqrt{x+3}\,.\,\sqrt{x-3}$ $\Rightarrow F(x) = G(x)$ ( )

D) Una función inyectiva es continua. ( )

E) Una función par es inyectiva. ( )

F) $F: \langle -2; 3] \longrightarrow [0; 5\rangle \,/\, F(x) = -x + 3$ es biyectiva. ( )

Razonamiento y demostración

3. Calcula la suma de elementos del dominio en la siguiente función:
$F = \{(2; 5), (-1; -3), (2; 2a - b), (-1; b - a), (a + b^2; a)\}$

A) 10 B) 6 C) 8 D) 2 E) 4

4. Si: $F(x + 1) = F(x) + x$; $F(2) = 5$

calcula: $\dfrac{F(4)}{F(0)}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) $\frac{7}{2}$

5. Sea F una función definida por:
$F = \{(x; F(x)) \,/\, F(x) = 6x - x^2\}; x \in [0; 8]$
Halla el rango de F(x).

A) $[-16; 9]$ B) $\langle -\infty; 9]$ C) $[16; +\infty\rangle$
D) $\langle -\infty; +\infty\rangle$ E) $[-16; 25\rangle$

6. Encuentra el rango de $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - 1; \forall x \in [0; 4]$.

A) $[-1; 2]$ B) $[0; 4]$ C) $[-1; 4]$
D) $[2; 4]$ E) $[-1; 0]$

7. Dado F, una función de proporcionalidad. Determina F(–5), si:
$F(2) + F(3) = 10$

A) 5 B) 10 C) –5 D) 6 E) –10

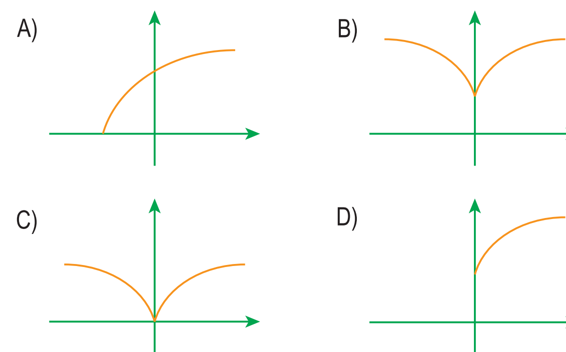
8. Dadas las funciones:
$F = \{(-2; 4); (3; -2); (4; 16)\} \wedge$
$G = \{(6; m); (-2; n), (4; 11); (3; m)\}$
Determina m + n, si: $G \circ F = F - G$

A) 7 B) 6 C) 5 D) 3 E) –2

9. Determina el rango de:
$F(x) = \sqrt{1 - x^2} + x$

A) $[0; 2]$ B) $[-1; 1]$ C) $[-1; 2]$
D) $\langle -1; 2]$ E) $\langle -1; 1\rangle$

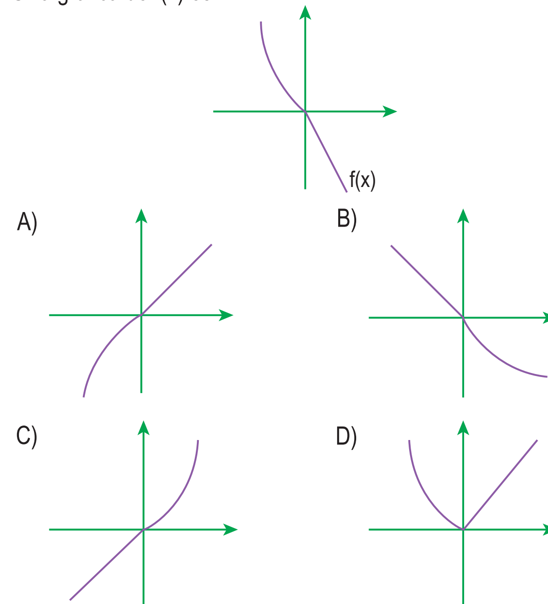
10. Grafica: $f(x) = \sqrt{|x|} + 1$



11. Si $h(x) = \sqrt{x-1} + 4$, determina:
$h^{-1}(x)$ (inversa de la función h(x))

A) $(x - 1)^2 + 4$ B) $(x - 4)^2 + 4$ C) $(x - 4)^2 + 1$
D) $\sqrt{1-x} - 4$ E) $\sqrt{1+x} - 4$

12. Determina la gráfica de f*(x)
Si la gráfica de f(x) es:



Resolución de problemas

13. Se tiene una función lineal $f(x) = mx + b$
Si $(2; 9) \in f(x)$
Además $f(1) = 7$
Determina: b^m

A) 16 B) 25 C) 36
D) 49 E) 4

14. Determina el área máxima del rectángulo que se puede inscribir dentro de la figura que forma la ecuación $y = -2x + 10$ y los ejes coordenados.

A) $\frac{25}{2}u^2$ B) $\frac{20}{3}u^2$ C) $\frac{50}{3}u^2$
D) $\frac{25}{8}u^2$ E) $\frac{10}{3}u^2$

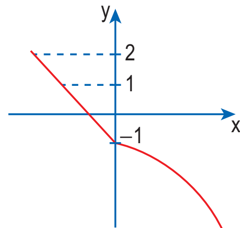
15. Si $g \circ f(x) = x - 2$; $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$, determina la regla de correspondencia de $g(x)$.

A) $g(x) = x - \sqrt[3]{x}$ B) $g(x) = x^3 - 8$ C) $g(x) = \sqrt[3]{x}$
D) $g(x) = x^3 - 2$ E) $g(x) = \sqrt[3]{x}$

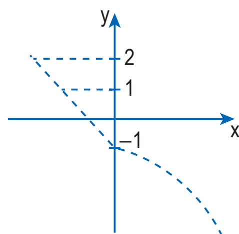
NIVEL 2

Comunicación matemática

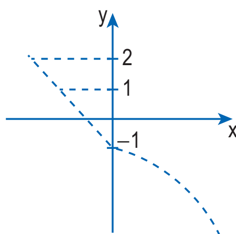
16. Sea la gráfica de $f(x)$:



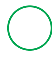
A. Dibuja la gráfica de $f(|x|)$



B. Dibuja la gráfica de: $|f(x)|$



17. Identifica si la función es par (**P**) ; impar (**I**) o ninguna (**N**) de ellas.

$f(x) = \frac{x}{6 + x^2}$ 

$f(x) = \sqrt{x^3 - 2}$ 

$f(x) = x^2 - |x|$ 

$f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ 

$f(x) = |\text{sen}(x)| - \cos x$ 

Razonamiento y demostración

18. Halla el rango de la función:

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 4}{|x + 2|}$$

A) $\langle -\infty; -6\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$ B) $\langle -\infty; -6\rangle \cup [2; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; 6] \cup [2; +\infty\rangle$ D) $\langle -\infty; -2\rangle \cup [6; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -2] \cup \langle 6; +\infty\rangle$

19. Halla $a + b$, si el dominio de la función:

$$F(x) = \sqrt{4x^2 - 1} + \sqrt{\frac{x^2 - 1}{3x - 7 - 8x^2}}$$

es: $x \in [-a; -b] \cup [b; a]$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

20. $F = \left\{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = 1 - \sqrt{6 + x - x^2}\right\}$
Calcula: $D(F) \cap R(F)$

A) $[-2; 3]$ B) $[-3/2; 2]$ C) $[-3/2; 1]$
D) $\mathbb{R}$ E) $[-2; 6]$

21. Determina un punto de intersección de:
$F(x) = x^2 - 2x + 3$
$G(x) = x/2 + 2$

A) (3; 2) B) (1/2; 9/4) C) (6; 5)
D) (4; 4) E) (3; 7/2)

22. Sean las funciones $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$ y
$G = \{(7; 1); (-2; 3); (2; 6); (4; 7)\}$
Determina: $F \circ G^*(6)$

A) $\sqrt{32}$ B) $\sqrt{7}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) $\sqrt{14}$

23. Sean las funciones
$F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = \sqrt{3 - x}\}$
$G = \left\{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}\right\}$.
Determina: $\text{Dom}(F - G)$.

A) $\langle -\infty; 3\rangle$ B) $\langle -\infty; 9]$ C) $\langle -\infty; -9]$
D) $[3; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; -3\rangle$

24. Determina: la función inversa de:
$f(x) = -\sqrt{x^2 + 3x - 10}$; $x \in \langle -\infty; -5]$

A) $f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x^2 + \frac{5}{4}}$
B) $f^{-1}(x) = -2 - \sqrt{x - 49}$
C) $f^{-1}(x) = - -\frac{3}{2} - \sqrt{x^2 + \frac{49}{4}}$
D) $f^{-1}(x) = -\sqrt{10 - 3x - x^2}$
E) No existe

25. Determina el dominio de F(x), si:

$F(x) = \frac{1}{2}\log_4\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$

A) $\langle -1; 1\rangle$ B) $\mathbb{R}$ C) $[-1; 1]$
D) $\mathbb{R} - [-1; 1]$ E) $\mathbb{R} - \langle -1; 1\rangle$

26. Resuelve la siguiente inecuación:

$\log 1/3(2x - 3) \geq \log 1/3(6 - x)$

A) $\langle -\infty; 3]$ B) $\langle 3/2; 3]$ C) $3/2; +\infty\rangle$
D) $\mathbb{R}$ E) $\langle 0; 6]$

27. Resuelve e indica el conjunto solución de x:

$4^{\frac{x^2}{2}} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{x}{2}-6}$

A) $\langle -2; 3/2]$ B) $\langle 3; 6\rangle$ C) $[-2; 6]$
D) $[-3; 4]$ E) $[-4; 4]$

Resolución de problemas

28. El número de habitantes en una población de una región era de 6000 habitantes en el año 1990. Si la tasa relativa de crecimiento es de 3% al año, indica el número de habitantes que tendrá la población en el año 2015.

A) 12 000 B) 18 000 C) 12 702
D) 16 500 E) 13 742

29. Indica el n.° de raíces reales de la ecuación:

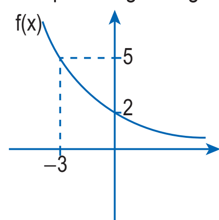
$|\log_2|x|| - 2^x = 0$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

NIVEL 3

Comunicación matemática

30. Completa según la gráfica.

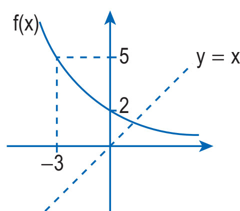


A) La gráfica es decreciente en $\langle$ ☐ ; ☐ $\rangle$.

B) Su ecuación es de la forma $y = b^x + 1$, donde el intervalo de b es: ☐ $< b <$ ☐

C) $f(0) =$ ☐ ; $f(-3) =$ ☐

D) Grafica $F^{-1}(x)$ y determina su regla de correspondencia.



$f^{-1}(x) =$ ☐

31. Completa según corresponda:

I. Una función exponencial es creciente si: ________________

II. Si b^x es una función exponencial decreciente, entonces $b \in \langle$ ___ ; ___ $\rangle$

III. $(-3)^x$ no es una función exponencial ya que: ________________

IV. La función logarítmica es la inversa de: ________________

V. Para que exista una función $f^{-1}(x)$
f(x) tiene que ser: ____________ y ____________.

VI. Si $F(x) = \log_2 x \Rightarrow F(32) = \log_2$ ☐
$F(32) = \log_2 2^{☐}$
$F(32) =$ ☐

32. Dada la función:

$$F(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 16} - 1 & ; x \geq 4 \\ \sqrt{x - 2} & ; 2 \leq x < 4 \\ |x| - 3 & ; -1 \leq x < 2 \\ x^2 - 2 & ; x < -1 \end{cases}$$

Responde verdadero (V) o falso (F):

I. $F(3) = F(-\sqrt{3})$ ( )
II. F(x) es inyectiva $\forall x \in [4; +\infty\rangle$ ( )
III. F(x) es creciente $\forall x \in [2; 4\rangle$ ( )
IV. F(x) es decreciente $\forall x \in [-1; 2\rangle$ ( )
V. F(x) posee inversa $\forall x \leq -1$ ( )

A) VFVVV B) VFVVF C) VVVFV
D) FVFVV E) FFVVV

Razonamiento y demostración

33. Si las funciones F y G son tales que $G(F(x)) = x + 2$, determina G(x), sabiendo que:

$F(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

A) $G(x) = x^3 + 1$ B) $G(x) = \sqrt[3]{x} + 2$
C) $G(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ D) $G(x) = x + 2$
E) $G(x) = \sqrt[3]{x}$

34. Determina el dominio de la siguiente función:

$F(x) = \sqrt[4]{\frac{5x}{x^2 - 9}}$

A) $\langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty\rangle$
B) $\varnothing$
C) $\mathbb{R}$
D) $\langle -3; 0] \cup \langle 3; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -5\rangle \cup \langle 5; +\infty\rangle$

35. Dibuja la gráfica aproximada de:

$F(x) = |x + 2| + |x - 1| + 2|x|$

A) -2 1

B)

C)

D)

36. Gráfica: $y = x^2 + 6 - 4|x|$

A)

B)

C)

D)

37. Sea $F: \mathbb{R} \to M$ una función suryectiva. Determina M, si $F(x) = |x - 1| - x$.

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - 1$ C) $\mathbb{R} - \langle -1; 1\rangle$
D) $[-1; +\infty\rangle$ E) $\langle -1; +\infty\rangle$

38. Determina una solución de:

$x^{\ln x} = e^2x$

A) e B) e^{-1} C) 1
D) 0 E) e^{-2}

39. Determina el dominio de:

$F(x) = \log_{(x-1)}(6 - x^2 - x)$

A) $\langle 1; +\infty\rangle$ B) $\langle -3; +\infty\rangle$ C) $\langle -3; 2\rangle$
D) $\langle 1; 2\rangle$ E) $\langle -1; 2\rangle$

40. Si el dominio de $f(x) = \log_{x-3}(7 - x)$ es $\langle a; b\rangle - \{c\}$, indica el valor de $a + b + c$.

A) 13 B) 10 C) 14
D) 16 E) 10

41. Determina el dominio de f(x):

$f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{3x-1}{x+3}\right)}$

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \langle 3; 4\rangle$ C) $\mathbb{R} - [-3; 2]$
D) $\langle 3; 9\rangle$ E) $\langle -3; 2\rangle$

Resolución de problemas

42. La cantidad de sustancia en el instante t es dada por

$C(t) = C_0e^{-kt}$

Donde: t: tiempo transcurrido
k: cte.
C_0: cantidad inicial de la sustancia

Determina el tiempo que debe transcurrir para que la cantidad inicial se reduzca a la tercera parte.

A) $\frac{\ln 3}{k}$ B) $\frac{-k}{\ln 3}$ C) $\frac{-\ln 3}{k}$
D) $\left(\frac{k}{\ln 3}\right)^{-2}$ E) $\frac{\ln k}{3}$

43. Una población de bacterias se duplica cada 30 minutos. Si inicialmente, había 20 000 bacterias, representa como función el crecimiento respecto al tiempo en minutos.

A) $2^{t/30} \times 10^4$ B) $(2)^t \times 20\,000$ C) $2^{t/30+1} \times 10^4$
D) $20\,000 \times t$ E) $20\,000 \times t^2$

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. E
4. C
5. A
6. A
7. E
8. E
9. C
10. B
11. C
12. B
13. B
14. B
15. E

NIVEL 2
16.
17.
18. B
19. C
20. C
21. B
22. C
23. E
24. C
25. D
26. B
27. D
28. C
29. C

NIVEL 3
30.
31.
32. C
33. E
34. D
35. D
36. C
37. D
38. B
39. D
40. C
41. C
42. A
43. C



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: LÍMITES

1 Halla:

$$\lim_{x \to 2} \frac{3x^2 + 17x + 4}{5x^2 - 3x + 10}$$

A) 25/12 B) 7/19 C) 27/15
D) 17/19 E) 8/35

2 Calcula:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x + 4}{x - 2}$$

A) 4 B) 3 C) 7
D) 8 E) 5

3 Calcula:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{9}{2}$

4 Calcula:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 + 2x + 1}{2x^3 + x + 1}$$

A) 5 B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

5 Calcula:

$$\lim_{x \to -2} \frac{(x^2 - x - 6)}{x^2 - 4}$$

A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{5}$
D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6 Calcula:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2 - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \right)^{3\left(\frac{x^3 - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \right)}$$

A) 3 B) 0 C) –1
D) $+\infty$ E) 1

7 Calcula:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{\operatorname{sen}6x}$$

A) –1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

8 Calcula:

$$\lim_{x\to b}\frac{x^3-b^3}{\sqrt{x}-\sqrt{b}}$$

A) 0 B) –b C) $3\sqrt{b^3}$
D) $\sqrt{b}$ E) $6\sqrt{b^5}$

9 Calcula:

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}\right]$$

A) $2e^4$ B) $e^{-3/2}$ C) e
D) e^{-4} E) e^{-3}

10 Calcula:

$$\lim_{x\to 4}\left(\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{1+12x}-7}\right)$$

A) 3/5 B) 1/7 C) 7/8
D) –1 E) 7/18

11 Proporciona el valor de:

$$k=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x+6}-\sqrt{4x^2+x+3}\right)$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1
D) 2 E) –1

12 Calcula:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[7]{x}-1}{\sqrt[5]{x}-1}$$

A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $-\frac{7}{5}$
D) $-\frac{5}{7}$ E) 0

13 Calcula:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$$

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

14 Calcula:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-b}{x+b}\right)^x$$

A) e B) e^{-2} C) e^{-2b}
D) e^b E) 2eb



Claves

1. A	3. E	5. D	7. B	9. D	11. A	13. C
2. B	4. C	6. E	8. E	10. E	12. B	14. C

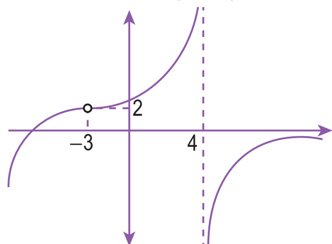
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Identifica si es correcto (C) o incorrecto (I) de acuerdo a la gráfica de f(x) cuyo dominio es $\mathbb{R} - \{4; -3\}$.



I. El $\lim_{x \to -3} f(x)$ es 2. ☐

II. El $\lim_{x \to 4^+} f(x)$ es $+\infty$. ☐

III. El $\lim_{x \to 4^-} f(x)$ es $+\infty$. ☐

IV. El $\lim_{x \to 4} f(x)$ no existe. ☐

V. El $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ es cero. ☐

2. Relaciona correctamente las definiciones:

Si el $\lim_{x \to a^+} f(x)$ es diferente a $\lim_{x \to a^-} f(x)$; no existe límite.	Teorema del Sandwich
Sean f(x), g(x) y h(x) tres funciones tales que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ Si: $\lim_{x \to a} f(x) = L$; $\lim_{x \to a} h(x) = L$ $\Rightarrow \lim_{x \to a} g(x) = L$	Límites trigonométricos
Los límites de la forma $\frac{\infty}{\infty}; \frac{0}{0}; 1^{\infty}$ son:	Límites laterales
$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}x}{x} = 1$; $\lim_{x \to 0} \frac{\text{tg}x}{x} = 1$; $\lim_{x \to 0} \cos x = 1$	Límites indeterminados

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$$\lim_{x \to 9} \frac{\sqrt[3]{x-1} + x}{8 - x}$$

A) 9 B) 11 C) 10
D) –11 E) –8

4. Calcula:

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x - 1}$$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

5. Halla:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1}$$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{2}{7}$

6. Calcula:

$$\lim_{x \to 3} \left(\frac{\sqrt{x+6} - 3}{\sqrt{x+1} - 2} \right)$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{9}{2}$

7. Calcula:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

A) 3 B) 0 C)1
D) e^2 E) e

8. Calcula:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}7x}{x}$$

A) 5 B) 4 C) 7
D)1 E)e

9. Halla: $\lim_{x \to 2^+} \frac{x+2}{x^2 - 4}$

A) 0 B) 1 C) $+\infty$
D) –3 E) 2

10. Calcula:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{1+2x}}{\sqrt{1+12x}}$$

A) 3/5 B) 1/7 C) 7/8
D) –1 E) 3/7

11. Determina si existe $\lim_{x \to 1} f(x)$, si: $f(x) \begin{cases} 6x - x^2 & \text{si } x < 1 \\ 3 + 5x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

A) 5 B) 8 C) 7
D) No existe E) Faltan datos

Resolución de problemas

12. Halla el valor de n para que:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+3)^n(4x+7)^{n-2}(3x-4)^{n+1}}{(9x^2+x+3)^n(2x-5)^{n-1}}=\frac{8}{243}$$

A) 1 B) 3 C) 6
D) 8 E) 4

13. Halla:

$$L=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+2^3+3^3+4^3+...+n^3}{1+2n^2+3n^3+4n^4}\right)$$

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{16}$
D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{4}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Determina los pasos para hallar los siguientes límites

$\lim_{x\to4}\frac{3}{\sqrt{7-x}}$	=	$=\sqrt{3}$
$\lim_{x\to3^-}[\![x+2]\!]$	=	= 4
$\lim_{x\to-1}\frac{\lvert x\rvert}{x^2}$	=	= 1
$\lim_{x\to m}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{m}}{x-m}$	=	$=\frac{1}{2\sqrt{m}}$
$\lim_{x\to0}\frac{\text{senpx}}{x}$	=	= P

15. Completa los pasos para determinar el siguiente límite.

$$\lim_{x\to64}\frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$$

1. Estamos en el caso de indeterminación $\frac{0}{0}$ tendríamos que multiplicar por la conjugada 2 veces, lo que se haría laborioso.

2. Realizamos el cambio de variable:

$x=z^{\underset{\text{MCM}(2;3)}{6}}\Rightarrow\sqrt{x}=\square$, $\sqrt[3]{x}=\square$

3. Reemplazamos

$$\lim_{z\to\square}\frac{\square-8}{\square-4}=\lim_{z\to\square}\frac{\square-2^3}{\square-2^2}$$

$$=\frac{\overbrace{(\quad)(\quad)}^{\text{Diferencia de cubos}}}{\underbrace{(\quad)(\quad)}_{\text{Diferencia de cuadrados}}}$$

$$=\lim_{z\to\square}\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}=3$$

Razonamiento y demostración

16. Calcula:

$$\lim_{x\to8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{x}-2\sqrt{2}}$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{3}{2}$ E) 1

17. Si f(x) = 3x + 2, calcula:

$$\lim_{h\to0}\frac{f(h-2)-f(-2)}{h}$$

A) 3h B) h C) 2
D) 1 E) 3

18. Calcula:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+2x^2+3}{3x^3-x+4}$$

A) 1/2 B) 1/3 C) 2
D) –1/4 E) 3/4

19. Calcula:

$$\lim_{x\to a}\left(\frac{x^2+2ax}{x^3-a^3}-\frac{1}{x-a}\right);\ a\neq0$$

A) a B) $\frac{1}{2a}$ C) $\frac{1}{3a}$
D) $\frac{2}{a}$ E) $\frac{3}{a}$

20. Sabemos que:

$$\lim_{x\to1}\left[\frac{F(x)}{1-x^3}\right]=2$$

$$\lim_{x\to1}\left[\frac{G(x)}{1-x^2}\right]=-3$$

Calcula:

$$\lim_{x\to1}\left[\frac{F(x)}{G(x)}\right]$$

A) 1 B) –1 C) $\frac{2}{3}$
D) $-\frac{3}{2}$ E) 1/abc

21. Calcula el valor de:

$$\lim_{x\to0}\left(\frac{\text{sen}4x}{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}}\right)$$

A) 4,6 B) 4,7 C) 4,9
D) 5 E) 4,8

22. Calcula:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x-2}\right)^x$$

A) e^2 B) e^4 C) e
D) ∞ E) 0

23. Calcula:

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[5]{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

A) $\frac{5}{3}$ B) 5 C) 10
D) 1 E) $\frac{3}{5}$

Resolución de problemas

24. Determina si existe el límite de:

$$f(x)\begin{cases}x^2-\frac{22}{3} & ;\ x>3\\ \frac{x-3}{\sqrt{x^2+16}-5} & ;\ x<3\end{cases}$$

Cuando x se aproxima a 3.

25. Si: $\lim_{x\to0}\left(\frac{ax+\text{bsenbx}}{bx+\text{asenax}}\right)=1$

donde $a\neq b$; halla la relación que existe entre a y b.

A) a – b = 1 B) a + b = 1
C) a – b = 2 D) a + b = 2
E) a = b

NIVEL 3

Comunicación matemática

26. Determina los límites e indica si es verdadero (V) o falso (F).

A) $\nexists\lim_{x\to1}\frac{[\![3x]\!]+3}{x}$ ( )

B) $\lim_{x\to0}(\cos x)^{1/\text{senx}}=1$ ( )

C) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{x} = e$ ( )

D) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^3+1}+x}{x+1} = \infty$ ( )

27. Completa los pasos y determina el valor de b en cada caso:

I. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{ax^2+\text{sen}bx}{x}\right) = 2$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{ax^2}{x}+\dfrac{\text{sen}bx}{x}\right) = 2$

$\Rightarrow a\lim\limits_{x\to 0}(\quad) + b\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\quad}{\quad}\right) = 2$

$\Rightarrow a(\quad)+b(\quad) = 2$

$\therefore$ b = ☐

II. $b = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1^2+2^2+3^2+...+n^2)}{n^3}$

$b = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\quad)(\quad)(\quad)}{6n^3}$

$b = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\square n^{\square}+\square n^{\square}+n}{6n^3}$

Caso $\dfrac{\infty}{\infty}$

Dividimos entre n^3

$b = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{\square n^{\square}}{n^3}+\dfrac{\square n^{\square}}{n^3}+\dfrac{n}{n^3}}{6}$

Evaluando:

$b = \dfrac{\square}{\square}$

Razonamiento y demostración

28. Calcula:

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{2}{3x-6}-\dfrac{2}{2x^2-5x+2}\right)$

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{4}{9}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

29. Calcula:

$\lim\limits_{x\to 25}\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}-\sqrt[3]{3}}{x-25}$

A) $\sqrt[3]{3}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{25}$ C) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{90}$

D) $\dfrac{\sqrt{3}}{125}$ E) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{180}$

30. Calcula:

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{3}{x^2-x-2}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}\right)$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1

D) $\frac{4}{3}$ E) 2

31. Calcula:

$L = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+2x+1}{x^3-x^2+1}\right)^{\frac{2x^2+1}{3x+1}}$

A) e B) $e^{3/2}$ C) e^2

D) $e^{2/3}$ E) e^3

32. Determina: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{x}$

A) e B) ln3 C) e^2

D) 3e E) 1

33. Determina $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\text{sen}x}}$

A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$

D) 2 E) –1

Resolución de problemas

34. Calcula:

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\text{sen}^3x}{x(\text{sen}^2x+\cos x-1)}\right]$

A) 0 B) 1 C) 1/2

D) 2 E) 4

35. Sean f(x) y g(x) dos funciones polinomiales, tal que:

$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)] = -3$ y

$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)] = -1$

Calcula el valor de: $\lim\limits_{x\to x_0}\left[\dfrac{f(x).g(x)}{2}\right]$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

36. Calcula:

$R = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-4^x}{x}; a \in \mathbb{R}^+$

A) 1 B) 2 C) $\ln\left(\frac{a}{2}\right)$

D) $\ln\left(\frac{a}{4}\right)$ E) $\ln\left(\frac{a}{8}\right)$

37. Calcula:

$L = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[n]{x}-1}$

donde:m; $n \in \mathbb{Z}^+$; $m \geq 2$; ≥ 2

A) 1 B) 0 C) $\frac{m}{n}$

D) $\frac{n}{m}$ E) mn

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. E	14.	20. B	26.	32. B
2.	8. C	15.	21. E	27.	33. C
3. D	9. D	16. C	22. B	28. C	34. D
4. E	10. E	17. E	23. E	29. C	35. A
5. A	11. D	18. B	24.	30. B	36. D
6. C	12. C	19. C	25. B	31. D	37. D
	13. D				

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: DERIVADAS

1 Si $f(x) = 5x^2 - 7x + 8$
Halla: $f'(3)$

A) 23 B) 19 C) 17
D) 21 E) 15

2 Calcula:

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt[5]{1+x}}\right)$$

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{10}{3}$
D) $\frac{5}{2}$ E) 1

3 Calcula:

$\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$; por la regla de L' Hospital

A) 1 B) 3 C) 5
D) 6 E) 7

4 Si $f(x) = x\sqrt{x+1}$, calcula: $f'(8)$

A) $\frac{13}{3}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{11}{3}$
D) $\frac{15}{3}$ E) 17

5 Determina $f'(1)$ si $f(x) = (x^3 + 6x^2 + 3x)^4$

A) $2^4 . 3 . 5^2$ B) $9^6 - 9$ C) $2^6 . 3^2 . 5^3$
D) $8^3 . 9^4$ E) $9^3 . 8^6$

6 Determina la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = \frac{x^3}{6} + 2x^2 - 6$ en el punto (2; 10/3).

A) $x^2 + y - 10 = 0$ B) $y + 5x - 30 = 0$
C) $10x - y + 15 = 0$ D) $y - 10x + 30 = 0$
E) $y - 10x + 50/3 = 0$

7 Si $f(x) = \dfrac{9\cos 5x}{5}$

Halla: f'(x)

A) $-9\text{sen}5x$ B) $5\text{sen}5x$

C) $\dfrac{9}{5}\text{sen}5x$ D) $-9\cos 5x$

E) $-\dfrac{9}{5}\text{sen}x$

8 Si $f(x) = \ln(x + 7)$

Halla: f'(x)

A) $1/(x + 7)$ B) $1/(x - 5)$ C) $7x$

D) $5/(x - 7)$ E) $7/(x + 7)$

9 Calcula el área máxima del rectángulo que tiene su base inferior en el eje x y con dos vértices en la curva $y = 12 - x^2$

A) 32 B) 16 C) 48

D) 12 E) 24

10 Calcula:

$$\lim_{x \to a} \frac{x^3 - a^3}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$$

A) $2a^2$ B) $6a^2\sqrt{a}$ C) 0

D) 3 E) $-a$

11 Calcula:

$$\lim_{x \to 2}\left(\frac{x - \sqrt{x + 2}}{\sqrt{4x + 1} - 3}\right)$$

A) $\dfrac{9}{8}$ B) $\dfrac{7}{2}$ C) $-\dfrac{3}{8}$

D) $\dfrac{2}{3}$ E) 1

12 Halla:

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[8]{x} - 1}{\sqrt[5]{x} - 1}$$

A) 1/3 B) 5/3 C) 3/5

D) 5/8 E) 8/5

13 Un rectángulo tiene 2 m de perímetro, halla el que tenga la diagonal mínima y da como respuesta su área.

A) 1/4 m^2 B) 1/2 m^2 C) 1 m^2

D) 4 m^2 E) 2 m^2

14 Calcula:

$$\lim_{x \to 0,25}\left(\frac{\text{sen}\pi x - \cos \pi x}{1 - \tan\pi x}\right)$$

A) $\sqrt{2}$ B) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C) $2\sqrt{2}$

D) $\sqrt{2} + 1$ E) 1



Claves

1. A	3. D	5. C	7. A	9. A	11. A	13. A
2. C	4. A	6. E	8. A	10. B	12. D	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa según corresponda la resolución:

A) Demuestra la siguiente derivada empleando la definición.
$f(x) = 6x^3 \Rightarrow f'(x) = 18x^2$
Demostración:

$$f'(x) = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{f(x+\triangle x) - f(x)}{\triangle x}$$

$$f' = \lim \frac{6(\quad)^3 - 6x^3}{\triangle x}$$

$$f' = \lim \frac{6(\qquad\qquad\qquad\qquad) - 6x^3}{\triangle x}$$

Reducimos y organizamos terminos:

$$f' = \lim \frac{18(\quad) + 18(\quad) + 6(\quad)}{\triangle x}$$

Aplicando teorema de límites

$$f' = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{18(\quad)}{\triangle x} + \lim_{\triangle x \to 0} \frac{18(\quad)}{\triangle x} + \lim_{\triangle x \to 0} \frac{6(\quad)}{\triangle x}$$

$f'(x) = \square + \qquad +$

$\therefore f'(x) = 18x^2$

B) Deriva H(x) usando teoremas:

I. $H(x) = \sqrt[4]{x} \Rightarrow H(x) = x^{\frac{\square}{\square}}$

$H(x) = \frac{\square}{\square} x^{\frac{\square}{\square} - 1}$

$\therefore H(x) = \square$

II. $H(x) = \cos 4x$
$\Rightarrow H'(x) = -(\quad)(4x)' = -\square\,\text{sen}4x$

III. $H(x) = \dfrac{\text{sen}(3x)}{x}$

$$H'(x) = \frac{(\text{sen}3x)'x - (x)'(\text{sen}3x)}{\square^{\square}} = \frac{3x\square - \square}{\square^{\square}}$$

IV. $H(x) = \ln \text{sen} x$

$$\frac{dH(x)}{dx} = \frac{1}{\square} \frac{d\square}{dx}$$

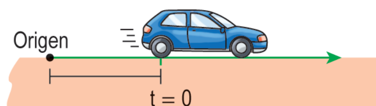
$$\frac{dH(x)}{dx} = \frac{1}{\square} \cdot \square \frac{d\square}{dx}$$

$$\therefore \frac{dH(x)}{dx} = \cot(x)$$

V. $H(x) = \tan(\ln 3x)$
$H'(x) = \sec^2(\quad).(\quad)'$
$H'(x) = \sec^2(\quad).\dfrac{1}{\square}.3$

$$\therefore H'(x) = \frac{\sec^2(\quad)}{x}$$

2. Un móvil se mueve de acuerdo a la siguiente ecuación:
$x = 7t^2 + 3t + 4$ t: en segundos



Contesta a las siguientes preguntas:

Sabiendo que: $\dfrac{dx}{dt}$ = velocidad del móvil

$\dfrac{d^2x}{dt^2}$ = aceleración del móvil

I. En t = 0 a qué distancia del origen se encuentra:
Rpta.: $\square$ m

II. Transcurridos 2 segundos qué distancia habrá recorrido y cuál será su velocidad en ese instante.
x = $\square$ m v = $\square$ m/s

III. ¿Cuál es la aceleración del auto?
a = $\square$ m/s^2

Razonamiento y demostración

3. Si $f(x) = 5x^2 - 7x + 8$
Calcula f'(x).

A) $f'(x) = 10x - 7x^2 + 1$ B) $f'(x) = 5x - 7$
C) $f'(x) = 10x - 7$ D) $f'(x) = 5x^2 - 7x + 8$
E) $f'(x) = x^2 - 7x$

4. Halla la derivada de $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2}$.

A) 6/x B) 6/(5x) C) $6/(5\sqrt{x})$
D) $6/\sqrt[5]{x^3}$ E) $6/(5\sqrt[5]{x^3})$

5. Si $f(x) = 5x^8 - 3x^2 - 2010$
Calcula: f'(1)

A) 42 B) 29 C) 31 D) 34 E) 25

6. Dada la función: f(x) = tan2x – tanx
Halla: f'(0)

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) –1

7. Calcula:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1 - \sqrt[4]{1-x}}{2x} \right)$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) –2 E) –1

Resolución de problemas

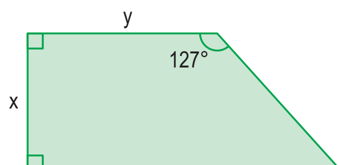
8. Dado $y = P(x) = x^2 + ax + b$, de modo que y = 3 sea un mínimo de P(x) en x = 1, Calcular: a . b

A) –2 B) –1 C) 4 D) –4 E) –8

9. Un número y el cuadrado de otro suman 162 determina dichos números, si el producto de ellos es máximo.

A) 9 y $\sqrt{138}$ B) 6 y 111 C) 25 y $\sqrt{122}$
D) 8 y 83 E) 7 y 98

10. Un terreno tiene la siguiente forma y dimensiones $x + y = 100$.



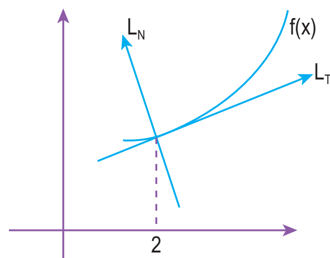
Determina y, si el área debe ser máxima.

A) 20 B) 80 C) 60
D) 15 E) 40

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Encuentra las ecuaciones de las rectas L_T (recta tangente) y L_N(recta normal) a la curva $f(x) = x^3 - x - 3$ en la abscisa $x = 2$.



L_T :

L_N :

12. Completa el siguiente cuadro:

F(x)	$4x^4+3x$	$10\sqrt[5]{x}$	3cos4x	ln3x	e^{-x}
$\frac{dF(x)}{dx}$					
$\frac{d^2F(x)}{dx^2}$					
$\frac{d^3F(x)}{dx^3}$					

Razonamiento y demostración

13. Calcula:

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}\right)$$

A) ab B) a – b C) ab – 1
D) b – a E) $\frac{a}{b}$

14. Determina la derivada de:

$f(x) = 3x^2 senx$

A) 3cosx B) 8xsenx C) 6xsenx
D) 6xcosx E) 3x(2senx + xcosx)

15. Si $y = Asen3x + Bcos3x$, tal que:

$y'' + 4y' + 3y = 10cos3x$

Halla: A – B

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución de problemas

16. Un agricultor quiere construir y cercar un campo que tenga la forma de un sector circular. Si para cercarlo posee un alambre de 200 m de longitud, calcula el radio que debe tener el sector para que el campo sea lo más grande posible.

A) 10 m B) 30 m C) 40 m
D) 50 m E) 100 m

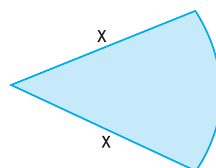
17. Halla la altura h de un cilindro recto que tenga la superficie lateral máxima, inscrito en una esfera de radio R.

A) $h = R\sqrt{3}$ B) $h = R\sqrt{2}$ C) $h = \frac{R}{2}$
D) $h = \frac{R}{3}$ E) $h = \frac{2}{3}R$

NIVEL 3

Comunicación matemática

18. A) Determina x para que el área sea máxima, si el perímetro del sector circular mide 60 cm. (usa derivadas).

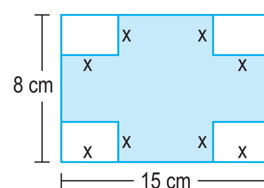


x =

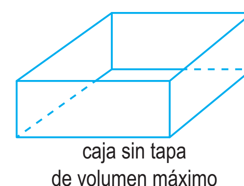
Sugerencia:

Área del sector $\frac{L.R}{2}$

B) De la siguiente lámina se cortan 4 cuadrados de manera que formamos una caja. Determina x para que el volumen de la caja sea máxima.



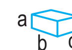
⇒



caja sin tapa
de volumen máximo

x =

Sugerencia:

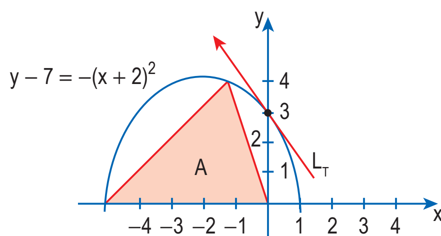


Volumen = abc

19. Encuentra los valores que hacen que las funciones adquieran su valor máximo; mínimo. Según el criterio de la segunda derivada.

f(x)	f'(x) = 0	f''(x)	¿Es máx. o mín.?
$(x+3)^2+x$	$2x+7=0$ $x=-7/2$	2	mín.
x^3-3x+8 $x\in\langle -2; 2\rangle$		$x_1 =$	
		$x_2 =$	
$-x^2-4$			
$7-x^2+x$			
$(7-x)^2+7$			

20. De la siguiente figura



Responde:

I. En qué puntos $(x_0; y_0)$, la parábola presenta un máximo o un mínimo (usa derivadas).
Rpta.: ____________

II. Por el criterio de la segunda derivada dicho punto es máximo o mínimo:
Rpta.: ____________

III. Determina la ecuación de la recta tangente en la abscisa x = 1
L_T: ____________

IV. Cuál es el área máxima del triángulo A.
$Área_{máx.}$ = ____________

Razonamiento y demostración

21. Si $f(x) = \dfrac{e}{11}^{x^4+2x^3+x}$

Calcula: f'(1)

A) e B) e^2 C) e^3
D) e^4 E) e^5

22. Calcula:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}\right)$$

A) $n^2 - m^2$ B) $m^2 - n^2$ C) $2(n^2 - m^2)$
D) $\frac{1}{2}(n^2 - m^2)$ E) $\frac{1}{2}(m^2 - n^2)$

Resolución de problemas

23. Encuentra la mayor área posible de un triángulo isósceles cuyo perímetro es 18 m.

A) $9\sqrt{3}$ m² B) $6\sqrt{2}$ m² C) 12 m²
D) $2\sqrt{6}$ m² E) 4,5 m²

24. Un rectángulo con lados horizontales y verticales tiene un vértice en el origen, otro en el eje de las x (rama positiva), uno más en el eje positivo de y, y el último en la recta cuya ecuación es: 2x + y = 100

¿Cuál es la máxima área del rectángulo?

A) 1000 B) 225 C) 1200
D) 1250 E) 1300

25. Determina un polinomio P(x) de cuarto grado, que verifique las siguientes condiciones:

- $P(2) = P'(2) = 0;\ P''(2) \neq 0$
- $P(-1) = 0;\ P'(-1) \neq 0$
- $P(1) = 16;\ P(0) = 12$

Calcula: P(3)

A) 24 B) 27 C) 36 D) 72 E) 80

26. Si: $\dfrac{(n-1)!}{f^{(n)}(x)} = 729$

Donde: $f(x) = \ln(x+1)$; $f^{(n)}(x)$ enésima derivada.
Calcula: x + n

A) 6 B) 8 C) 10 D) 11 E) 9

27. Halla el punto en la parábola $y^2 = 2x$, que esté más próximo al punto (1; 4).

A) (3; 3) B) (1; 5) C) (2; 2)
D) (–1; 3) E) (4; 2)

28. Un arrendador ha adquirido un nuevo edificio con 100 departamentos para rentar y encuentra que entre más unidades x que quiera rentar, menor deberá ser su precio P(x), de acuerdo a la fórmula:

$P(x) = 180 - 1{,}2x;\ 0 \leq x \leq 100$

¿Cuántas unidades deberá rentar y a qué precio para maximizar sus ingresos?

A) 75; 90 B) 70; 95 C) 40; 25
D) 80; 60 E) 10; 20

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1.	7. C	12.	18.	23. A
2.	8. E	13. B	19.	24. D
3. C	9. E	14. E	20.	25. D
4. E	10. A	15. B	21. D	26. D
5. D	NIVEL 2	16. D	22. D	27. C
6. B	11.	17. B		28. A

Aplicamos lo aprendido





TEMA 5: SUCESIONES - PROGRESIONES

1 Determina el término general de la sucesión:
$2; 3^2; 4^3; ...$

A) n^4 B) $n + 1$ C) $(n + 1)^n$
D) $(n + 1)^{n+1}$ E) n^n

2 Determina a_6.
Si $a_1 = 7$ y $a_n = a_{n-1} - 10$

A) 43 B) –43 C) 33
D) 23 E) –13

3 Determina la suma de los 15 primeros términos de $a_n = n + 9$.

A) 255 B) 305 C) 24
D) 240 E) 250

4 Determina el término de lugar 12 de la sucesión: {2; 8; 18; ...}

A) 144 B) 240 C) 250
D) 288 E) 244

5 Determina $\frac{a_5}{a_7}$ aproximado; si: $a_n = \frac{5n + n^{-1}}{2n + n^{-1}}$

A) 2 B) 3 C) 1
D) 2,5 E) 3,5

6 Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones, dada la sucesión $\{a_n\}$:
$\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{3}{10}; \frac{4}{17}; ...$

( ) La sucesión $\{a_n\}$ es creciente.
( ) El término a_{20} es 2,5.
( ) La sucesión converge a cero.

A) FVF B) FFF C) FVV
D) VFV E) FFV

7 Marca con un check ✓ las sucesiones acotadas y con un aspa ⊗ las que no lo son.

- ◯ $\dfrac{n}{2^n}$
- ◯ $\dfrac{2n}{1+n}$
- ◯ $\dfrac{1-4n}{1+2n}$
- ◯ $\dfrac{(-1)^n}{n^2}$
- ◯ $\dfrac{n^2}{n+1}$
- ◯ $\dfrac{(n+1)!}{n!}$

8 La suma de los n términos de una PA es: $3n + 3n^2$. Determina el término 7.

A) 36 B) 40 C) 46
D) 38 E) 42

9 En la siguiente PA: $x - 2$; $x + 5$; y; z; ...
Determina $z - y$.

A) 6 B) 5 C) 7
D) 1 E) 4

10 En una PG de razón entera, la suma de sus tres primeros términos es 21 y su producto 216; determina el t_{10}.

A) 1340 B) 1536 C) 1390
D) 1352 E) 1330

11 Determina la razón de una PG; si el término 20 es 400 y el término 16 es 25.

A) 2 B) 4 E) 1/2
D) 1/4 E) 5

12 Si se interpolan 5 medios geométricos entre 8 y 5832, el quinto término de la progresión total es:

A) 1944 B) 648 C) 729
D) 2916 E) 1456

13 En una progresión geométrica existe un término que es igual a la razón. Halla el lugar que ocupa este término en dicha progresión, si:
$\log r = -1$ y $\log a = 7$

Siendo **r** y **a** la razón y el primer término, respectivamente.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

14 Determina a qué valor converge:

$$a_n = \frac{7n^2 + 3n + 6}{2n^2 - 2n + 1}$$

A) 7 B) 7/2 C) 4
D) 2 E) 3/2



Claves

1. C	3. A	5. C	7.	9. C	11. A	13. D
2. B	4. D	6. E	8. E	10. B	12. B	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona cada sucesión con su término general.

Sucesión	Término general
{1; 4; 9; 16; ...}	$\frac{1}{3n}$
{0; 1; 2; 3; ...}	n^2
$\left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; ...\right\}$	$\frac{2n+1}{n}$
$\left\{1; \frac{1}{8}; \frac{1}{27}; \frac{1}{64}; ...\right\}$	n^{-3}
$\left\{3; \frac{5}{2}; \frac{7}{3}; \frac{9}{4}; ...\right\}$	$n - 1$

2. Encierra la alternativa que corresponda a cada definición.

I. En una sucesión $\{a_n\}$; n toma valores .... y a_n.......

- $\mathbb{Z}$ - $\mathbb{R}$
- $\mathbb{N}$ - $\mathbb{C}$
- $\mathbb{Z}^+$ - $\mathbb{R}$

II. Si $a_1 = 10$ y $a_n = 2a_{n-1} + 3$, entonces $a_4 = ...$

- 49
- 98
- 101

III. En una sucesión creciente a_n .... a_{n+1}

- $>$
- $\geq$
- $<$

IV. Una sucesión monótona es.......

- Creciente
- Decreciente
- Oscilante

V. La suma de $1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1$ es.......

- n(n+1)
- n^2
- $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

Razonamiento y demostración

3. Si $a_n = n^2 - 7$, determina $\sqrt{a_4}$.

A) 9 B) 6 C) 3
D) 1 E) 8

4. Determina el término 24 de la sucesión:

$\{a_n\}$: 2; $\frac{9}{2}$; $\frac{64}{3}$; ...

A) $\frac{25^{12}}{20}$ B) $\frac{25^{24}}{24}$ C) $\frac{25^{10}}{22}$
D) $\frac{24^{12}}{25}$ E) $\frac{24^{10}}{25}$

5. Entre qué valores varía la sucesión:

$a_n = \frac{n}{n+3}$

A) $[\frac{1}{4}; 1\rangle$ B) [0; 2] C) $\langle 2; 3]$
D) $[-2; 1\rangle$ E) $\langle -1; 1\rangle$

6. Determina:

$$\sum_{k=1}^{28} k(k+1)$$

A) 46 000 B) 47 000 C) 45 300
D) 8120 E) 47 780

7. Determina a qué valor converge:

$a_n = \frac{n^3 + n^2 + 5}{2n^3 + n - 2}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 1/2

8. Dada la siguiente sucesión; determina la suma de los primeros 50 términos.

$\{a_n\}$: 3; 8; 18; 33; ...

A) 204 300 B) 104 275 C) 265 300
D) 35 000 E) 144 320

Resolución de problemas

9. Halla el primer término y la razón de una PA sabiendo que la suma de los n primeros términos de esta progresión es n(3n + 1). Da como respuesta la diferencia entre la razón y el primer término.

A) –3 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

10. Halla el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que la suma de los términos no varía al aumentar en 1 la razón al mismo tiempo de disminuir en 30 su primer término.

A) 61 B) 33 C) 29
D) 96 E) 14

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Responde verdadero (V) o falso (F).

I. Si $a_n = 7$; $\{a_n\}$ es una sucesión constante. ( )

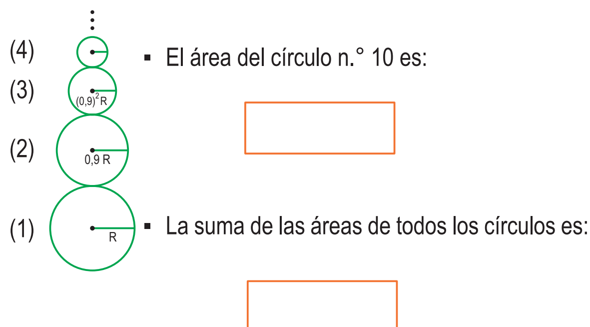
II. Si $a_n = 7 + (-2)^n$; $\{a_n\}$ es una sucesión monótona. ( )

III. Si $b_n = \frac{6n}{4+n}$; $\{b_n\}$ es una sucesión creciente. ( )

IV. $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ converge a e (base de logaritmo neperiano). ( )

V. Para que exista una sucesión esta tiene que estar definida con una idea establecida. ( )

12. Según el gráfico, responde: (cada radio se reduce 10% del anterior)



- El área del círculo n.° 10 es:

- La suma de las áreas de todos los círculos es:

Razonamiento y demostración

13. Sea la sucesión:

$$\{a_n\} = \left\{\frac{p^3-2}{3}; \frac{p^3}{4}; \frac{p^3+2}{5}; ...\right\}$$

Determina a_8.

A) $\frac{p^3+8}{10}$ B) $\frac{p^3+10}{12}$ C) $\frac{p^3}{10}$
D) $\frac{p^3+12}{10}$ E) $\frac{p^6+2}{10}$

14. La cota inferior de $\frac{n^2}{n+1}$ es:

A) 1 B) 0 C) 1/2 D) 3 E) 4/3

15. Sea: $a_n = n^3 + n^2 + 1$

$\{b_n\} = \{17; 23; 29; 35; ...\}$

Determina $a_8 - b_{13}$.

A) 350 B) 488 C) 366 D) 79 E) 400

16. Dada la sucesión: $a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$; $n \geq 2$ y $a_1 = \sqrt{2}$

Determina a qué valor converge a_n.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) diverge

17. Calcula el valor límite de:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{7}{32} + \frac{15}{128} + ...$$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 2

18. Determina aproximadamente la siguiente suma:

$$S = \frac{2}{2^9} + \frac{3}{2^8} + \frac{4}{2^7} + ... + \frac{10}{2}$$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19. Determina:

$$E = \underbrace{11 + 101 + 1001 + 10\,001 + ... + 1000...001}_{20\text{ términos}}$$

A) $10^{11} + 540$ B) $\frac{10^{21}+260}{10}$ C) $\frac{11^{10}+540}{9}$
D) $\frac{10^{21}+170}{9}$ E) $\frac{10^{31}+250}{11}$

Resolución de problemas

20. De la siguiente progresión aritmética determina cuántos términos son múltiplos de 2 y 3, pero no de 5.

2; 4; 6; 8; ... ; 220

A) 32 B) 30 C) 40 D) 29 E) 39

21. En un cuadrado cuyo lado mide **a** se unen los puntos medios de los cuatro lados y se forma otro nuevo cuadrado, cuyos puntos medios se unen también para formar un tercer cuadrado y así sucesivamente. Halla el límite de la suma de las áreas de todas las regiones cuadradas así formadas.

A) $2a^2$ B) $3a^2$ C) $\frac{4a^2}{3}$
D) $\frac{5a^2}{3}$ E) $4a^2$

22. Encuentra una progresión aritmética y una progresión geométrica (ambas crecientes), si se sabe que los primeros términos son iguales a 2, tienen el mismo tercer término, y el onceavo término de la progresión aritmética es igual al quinto término de la progresión geométrica. Da la suma de las razones de ambas progresiones.

A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 6

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. A) Completa los pasos para resolver:

- La suma de los n componentes (S_n) de:

$$n(n^2+n)+n$$

Sería equivalente a:

$$\sum_{n=1}^{n}[n(n^2+n)+n]$$

- Operando:

$$\sum_{n=1}^{n} n[\;\;+n^2+n]$$

- Por propiedad de sumatorias:

$$= \sum_{n=1}^{n} n^3 + \sum \quad + \sum$$

$$= (\qquad) + (\qquad) + (\qquad)$$

B) $S = 0,1 + 0,01 + 0,001 + ...$

- Esto es equivalente a:

$$S = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + ...$$

$$S = \frac{1}{10^{\square}} + \frac{1}{10^{\square}} + \frac{1}{10^{\square}} + ...$$

- Es una suma límite de razón $q = \frac{\square}{\square}$

$$\Rightarrow S = \frac{\square}{1 - \square} = \frac{\square}{\square}$$

24. Determina en las siguientes sucesiones el término enésimo (t_n):

Sucesión	t_n
$2; \frac{5}{2}; \frac{10}{3}; ...$	
$x; \sqrt{x^3}; x^2; ...$	
$n + 2; m; 7; 5; 3; ...$	
$\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; ...$	
$49; 7; \sqrt{7}; ...$	
$\sqrt{2} - 1; \sqrt{3} - \sqrt{2}; 2 - \sqrt{3}; ...$	

Razonamiento y demostración

25. A qué valor converge: $a_n = \left(1 + \frac{6}{n}\right)^{4n}$

A) ∞ B) 0 C) e^{12}
D) e^{24} E) e^{6}

26. Si x, y, z están en progresión aritmética, calcula:

$$M = \frac{x^2(y+z) + y^2(z+x) + z^2(x+y)}{(x+y+z)^3}$$

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{4}{5}$
D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

27. Determina a qué valor converge:

$$a_n = \frac{3^n + 5.3^n}{6^{n-1} + 8.6^{n-1}}$$

A) 1 B) 1/2 C) 2
D) 0 E) Diverge

28. Analiza la convergencia de:

$$a_n = \frac{7^{n+2}}{(n+1)!}$$

A) Converge a 1 B) Converge a $\frac{1}{2}$ C) Converge a 0
D) Diverge E) No se puede determinar

29. Si $\overline{4m}_G$; $\overline{4n}_G$; 47; 52 es una PA; determina el valor de m + n.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 12 E) 10

30. Determina si la siguiente sumatoria converge o diverge, si converge señala a qué valor.

$$S = \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^2 - 1}$$

A) 1 B) 8 C) 2
D) 3/2 E) Diverge

Resolución de problemas

31. La suma de un número infinito de términos de una PG decreciente es $\frac{2}{7}$ y la suma de sus cubos es $\frac{8}{511}$. Halla la razón.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

32. Se tiene 3 números enteros en PG, se agrega 4 al término central y los números se encuentran en PA; a esta última progresión se agrega 32 al término final, y la progresión es nuevamente geométrica. ¿Cuál es la suma de los números originales?

A) 20 B) 26 C) 30
D) 32 E) 40

33. La siguiente sucesión:

$$\{a_n\} = \left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n + \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{3n} - \left(1 + \frac{1}{9n}\right)^{9n}\right\}$$

Converge a:

A) 1 B) 0 C) e
D) 3e E) 2e

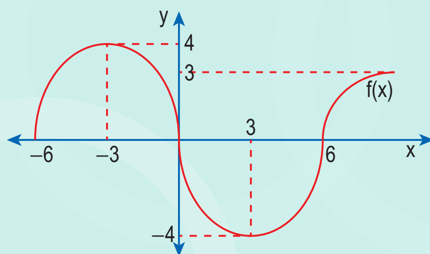


Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	8. B	11.	15. B	23.	30. D
2.	9. C	12.	16. C	24.	31. E
3. C	10. A	13. D	17. B	25. D	32. B
4. B		14. C	18. A	26. A	33. C
5. A			19. D	27. D	
6. D			20. D	28. C	
7. E			21. A	29. B	
			22. C		

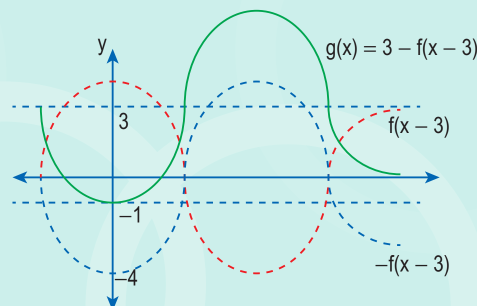
MARATÓN Matemática

Dada la gráfica de f(x):



Determina la gráfica de: g(x) = 3 – f(x – 3)

Resolución:



1. Determina el rango de $f^{-1}(x)$, si:

$$f(x) = 2 + \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$$

A) $\mathbb{R} - \{3; -2\}$ B) $\mathbb{R} - [-3; -2]$ C) $\langle -3; 2]$
D) $\mathbb{R} - \langle -2; 3]$ E) $\mathbb{R} - [-2; 3\rangle$

2. Si: f(x) = 3x + b; determina el valor de $\frac{f(-1)}{f^{-1}(3)}$.

A) –3 B) 1 C) 1/3
D) –1/3 E) 2

3. Resuelve:

$\ln(\log_x(1-x)) > 0$

A) $\left\langle -\frac{1}{2}; 1\right]$ B) $\left\langle \frac{1}{2}; 1\right]$ C) $\left\langle -1; \frac{1}{2}\right\rangle$
D) $\left\langle \frac{1}{2}; 1\right\rangle$ E) $\langle 0; 1\rangle$

4. Resuelve:

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 - \sqrt[5]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}$$

A) 0 B) 1 C) 3/5
D) 5/3 E) –3/5

5. La suma de los dos primeros términos de una progresión aritmética es igual a la suma de las raíces de la ecuación:

$1 - \frac{13}{x} - \frac{68}{x^2} = 0$ y el séptimo término es 23. Determina el primer término y la razón.

A) 2 y 5 B) 3 y 4 C) 5 y 3
D) 4 y 7 E) 3 y 6

6. Calcula el número de términos de una progresión geométrica de razón 2, siendo 189 la suma de ellos, y la suma de sus cuadrados 12 285.

A) 8 B) 7 C) 10
D) 6 E) 4

7. Calcula la derivada de $f(x) = \frac{3x+4}{5x-1}$. Indica el valor de f'(–1).

A) 13/9 B) –23/13 C) 23/36
D) –23/36 E) 15/17

8. Encuentra a que valor converge la siguiente sucesión:

$a_n: \left\{\frac{1}{5}; \frac{7}{25}; \frac{37}{125}; \frac{175}{625}; ...\right\}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 1/2 E) 1/4

9. Encuentra el límite:

$$\lim_{x \to a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$$

A) 1 B) $\frac{m}{n}$ C) mna^{m+n}
D) $\frac{m}{n}a^{m-n}$ E) $\frac{n}{m}a^{m-n}$

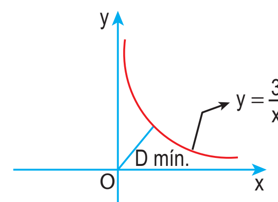
10. El máximo valor que puede tomar la función:

f(x) = senx + cosx es:

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{2}$

11. Encuentra la mínima distancia del origen hacia la gráfica $y = \frac{3}{x}$ (sugerencia: use derivadas).

A) 3
B) $\sqrt{3}$
C) $\sqrt{6}$
D) $\sqrt{5}$
E) 4



12. Determina la medida de la base **x** del rectángulo de área máxima que se puede inscribir es el cuarto de elipse cuyo centro es O.

A) $\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{2}$
C) 3
D) $2\sqrt{3}$
E) $1 + \sqrt{3}$

